

ГИДРОГЕОЛОГИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОЛОГИЯ
HYDROGEOLOGY AND ENGINEERING GEOLOGY

УДК 518:556.33.04

ФИЛЬТРАЦИЯ ПОДЗЕМНЫХ ВОД К ВЫРАБОТКАМ БОЛЬШОГО ДИАМЕТРА*

М.М. БУРАКОВ

*ТОО НППФ «КазГИДЭК»
офис 506, 43а, Мынбаева ул., г. Алматы 050008, Казахстан
e-mail: michael.burakov@gmail.com*

Приведено полученное автором приближённое решение задачи притока напорных подземных вод к водопрёмной системе большого диаметра при возмущении водоносного горизонта с постоянным дебитом. Решение получено с использованием наиболее общего метода отыскания приближённых решений — метода интегральных соотношений Г.И. Баренблатта. Выполнено сопоставление результатов вычислений на базе этого приближённого решения с вычислениями на основе точного решения задачи о притоке флюидов (воды, газа, нефти) к водопрёмным системам большого диаметра — «большим колодцам» — «укрупнённым скважинам». Это сопоставление показало, что приближённое решение обеспечивает вычисление понижения пьезометрического уровня подземных вод (при известном постоянном дебите возмущения) в любой точке водоносного горизонта, в том числе, на стенке водопрёмной системы, с относительной погрешностью менее 5 % для широкого диапазона значений времени от начала возмущения. Полученное решение имеет несоизмеримо большую область приложений в сравнении с традиционно используемым в гидрогеологической практике методом «большого колодца».

Ключевые слова: водопрёмная система большого диаметра; водоносный горизонт; возмущение с постоянным дебитом.

DOI:10.32454/0016-7762-2019-4-58-67

**FILTRATION OF THE UNDERGROUND WATER TO THE WORKINGS
OF A LARGE DIAMETER**

M.M. BURAKOV

*LP RPDC «KazGIDEK»
of. 506, 43a, ul. Mynbaeva, Almaty 050008, The Republic of Kazakhstan
e-mail: michael.burakov@gmail.com*

An approximate solution obtained by the author for the problem of the flow of pressure groundwater to a large-diameter water receiving system with a disturbed aquifer with a constant flow rate has been given. The solution has been obtained using the most general method of finding approximate solutions — the method of integral relations of G.I. Barenblatt. Comparison of the computational results based on an approximate solution with computations based on accurate and well-known approximate solution about the inflow of fluids (water, gas, oil) to large-diameter water receiving systems — «big wells» — «enlarged wells». This comparison has shown that an approximate solution provides a calculation of piezometric groundwater level lowering (with a known constant disturbance flow rate) at any point of the aquifer, and also at the wall of the receiving system, with a relative error of less than 5 % for a wide range of times from the beginning of the disturbance. The resulting solution has a disproportionately large area of application in comparison with the «big well» method traditionally used in hydrogeological practice.

Keywords: water receiving system of large diameter; aquifer; constant flow disturbance.

В практике гидрогеологических расчётов исключительный интерес представляют расчёты фильтрации подземных вод (ПВ) с осевой симметрией в напорных и безнапорных водоносных горизонтах к выработкам (водоприёмным системам) большого диаметра. Подобные условия фильтрации характерны в первую очередь вблизи карьеров, площадных систем подземных горных выработок, площадных водозаборных и дренажных систем.

Современные представления о фильтрации подземных вод к водоприёмным системам большого диаметра

Фильтрация ПВ к водоприёмной системе большого диаметра в напорном неограниченном в плане водоносном горизонте (рис. 1) описывается уравнением вида:

$$\chi \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \frac{\partial S}{\partial t} \quad (1)$$

при следующих начальном и граничных условиях:

$$r \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=R} = -\frac{Q}{2\pi T}, \quad S(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial S(\infty, t)}{\partial r} = 0, \quad (2)$$

где $S(r, t)$ — понижение пьезометрического уровня ПВ относительно начального H_0 в точке водоносного горизонта с координатой r в момент времени t от начала возмущения, далее будет обозначаться как S ; T — водопроводимость водоносного горизонта¹, $T = Km$ (здесь K и m — соответственно коэффициент фильтрации и мощность водоносного горизонта); χ — пьезо- или уровнепроводность водоносного горизонта, $\chi = \frac{T}{\mu^*}$ (здесь μ^* — упругая или гравитационная ёмкость водоносного горизонта); R — радиус выработки.

В гидрогеологии расчёты притока ПВ к таким водоприёмным системам традиционно выполняются на основе так называемого метода большого колодца. Сущность его заключается в том, что группы взаимодействующих скважин, системы подземных горных выработок, карьеры — «обобщённые системы» [2, 3, 10] — заменяются одной фиктивной скважиной (колодцем) радиусом R , равным радиусу круга, площадь или периметр которого отвечает площади или периметру обобщённой системы. В центр такой фиктивной скважины или колодца помещается скважина исчезающе малого радиуса (линейный источник-сток с $r_0 \rightarrow 0$, где r_0 — радиус возмущающей скважины). В этом случае понижение уровня ПВ на контуре «большого колодца», работающего с постоянным дебитом Q , и в водоносном горизонте за его пределами может рассчитываться из известного уравнения Тейса [19].

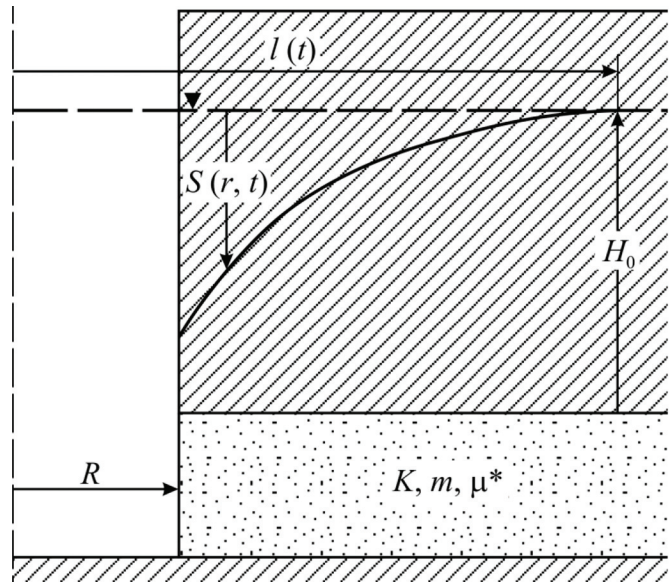


Рис. 1. Схема фильтрации подземных вод к водоприёмной системе большого диаметра

Записанное в понижениях уровня оно имеет следующий вид:

$$S = \frac{Q}{4\pi T} E_1 \left(\frac{R^2}{4\chi t} \right), \quad (3)$$

где $E_1(x)$ — интегральная показательная функция (интегральный экспоненциал). Остальные обозначения прежние.

Вместе с тем в начальные моменты возмущения это уравнение даёт заниженные значения понижения уровня ПВ как на контуре «большого колодца», так и в водоносном горизонте. Последнее обусловлено тем, что принятая схема фильтрации не учитывает наличие фиктивного потока ПВ из внутренней части обобщённой системы. Погрешность определяется заданием постоянства расхода притока ПВ на поверхности источника-стока, а не на контуре «большого колодца», и оценивается на основе соотношения [2]:

$$Q(R, t) = Q \exp \left(-\frac{R^2}{4\chi t} \right), \quad (4)$$

где все обозначения прежние.

Как следует из (4), погрешность уменьшается с течением времени; при

$$\frac{R^2}{4\chi t} \rightarrow 0 \quad (5)$$

теоретический расход потока ПВ на стенке «большого колодца» приближается к общему дебиту возмущения, соответственно понижение уровня, рассчитываемое по формуле Тейса, приближается к истинному. Однако продолжительность возму-

¹ В настоящей статье используется терминология из статьи [12].

щения, необходимая для реализации условия (5), представленного в виде, например, [2]:

$$\frac{R^2}{4\chi t} \leq 0,0025 \quad (6)$$

для обеспечения расчётов приведённого понижения уровня на контуре площадной системы с вероятной относительной погрешностью $\delta_{\frac{4\pi T S}{Q}} \leq 5\%$, в

принципе может оказаться соизмеримой с общей продолжительностью работы площадной системы. Понятно, что в этом случае не может быть и речи об анализе формирования, а тем более о прогнозе притоков ПВ к «большому колодцу» и депрессии поверхности ПВ в водоносном горизонте. К примеру для «большого колодца» радиусом $R = 200$ м, работающего в безнапорном водоносном горизонте с уровнепроводностью $\chi = 10^3$ м²/сут., условие (6) выполняется спустя $t = 4000$ сут., т. е. спустя более 10 лет.

Необходимость реализации достаточно жёсткого условия (6) в ряде случаев снимается за счёт того обстоятельства, что некоторые площадные системы (например, карьеры) можно рассматривать как развивающиеся в плане, иными словами, радиус подобных площадных систем является переменным на протяжении их работы [5–8]. На начальных этапах работы таких систем (соответственно и на начальных этапах возмущения водоносных горизонтов, в которых они работают) их радиус мал, так что условие (6) реально выполняется спустя первые десятки суток от начала возмущения. Дальнейший анализ формирования притоков ПВ в развивающиеся площадные системы и депрессии поверхности ПВ от действия таких систем и их прогнозы выполняются с использованием принципиально иных в сравнении со способом «большого колодца» расчётных моделей (например, [5–8]).

Таким образом, очевидна необходимость обоснования расчётной модели фильтрации ПВ к площадным системам при возмущении с постоянным дебитом вскрытых такими системами водоносных горизонтов, обеспечивающей адекватное представление процесса возмущения по возможности на всём его протяжении.

Заметно раньше проблему исследования работы с постоянным и переменным дебитом так называемых укрупнённых скважин в условиях упругого режима фильтрации жидкости исследовали специалисты-нефтяники². В работе Эвердингена и Херста [18] приведено точное решение задачи фильтрации ПВ, обеспечивающее вычисление давления на стенке скважины любого конечного радиуса, пущенной с постоянным дебитом в неограни-

ченном в плане водоносном горизонте. В статье Ингерсолла и др. [17] выполнено исследование распространения тепла в почве вокруг трубопровода конечного диаметра, приведено точное решение указанной задачи. Это решение в последующем во многих публикациях адаптировано для представления закономерностей распределения давления в жидкости (пьезометрического напора) в любой точке неограниченного в плане горизонта в любой момент времени после пуска «укрупнённой скважины» с постоянным дебитом.

Приведённые в указанных работах точные решения весьма сложны, соответственно они реализованы численными методами и представлены в виде таблиц. Однако и в таком виде их использование для практических целей достаточно сложно. Поэтому из специальной литературы известно значительное число публикаций, в которых изложены варианты приближённых решений задачи фильтрации жидкости (нефти, газа и ПВ) к «укрупнённым скважинам», работающим в водоносных горизонтах (или нефтяных пластах) с постоянным дебитом при упругом режиме фильтрации (например, [11, 13–16]). При этом в [13–16] приведены решения, обеспечивающие вычисление давления (или депрессии давления) только на стенке такой «укрупнённой скважины», и лишь в [11], как отмечает её автор, изложено приближённое решение, представляющее закономерности распределения давления в жидкости в любой точке водоносного горизонта или нефтяного пласта в любой момент времени после пуска «укрупнённой скважины».

Приближённое решение задачи фильтрации подземных вод к водоприёмным системам большого диаметра

В настоящей работе представлено приближённое решение задачи фильтрации ПВ к «большому колодцу» (выраженной уравнениями (1) и (2)) в рамках метода интегральных соотношений Г.И. Баренблатта [1], позволяющее получить распределение пьезометрического напора в пределах всей области возмущения горизонта в любой момент времени от начала возмущения. Полагается, что «большой колодец» работает с постоянным дебитом в напорном неограниченном в плане водоносном горизонте.

В полном соответствии со способом «большого колодца» поместим в центр выработки большого диаметра скважину исчезающе малого радиуса ($r_0 \rightarrow 0$), на стенке которой зададим постоянный дебит возмущения Q , равный дебиту на стенке «большого колодца». Возмущение водоносного горизонта этой

² Термином «укрупнённая скважина» обозначено то же понятие, для которого используется также и термин «большой колодец». Иными словами, термины «укрупнённая скважина» и «большой колодец» следует рассматривать как синонимы.

скважиной будем рассматривать в два этапа. На первом этапе возмущение развивается в области $r \leq R$ (когда и $l(t) \leq R$), т. е. в фиктивной области, совпадающей с объёмом водоносного горизонта, занимаемого «большим колодцем». На втором этапе возмущение развивается в области, внешней по отношению к «большому колодцу» (при $l(t) \geq R$ и соответственно при $r \geq R$).

Приближённое решение задачи фильтрации ПВ к скважине исчезающе малого радиуса, пущенной с постоянным дебитом в неограниченном в плане напорном водоносном горизонте, приведено в работе Г.И. Баренблатта [1]; оно имеет вид:

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right], \quad (7)$$

$$l(t) = \sqrt{12\chi t}, \quad r \leq l(t) \leq R.$$

Здесь все обозначения прежние.

В соответствии с постановкой задачи в момент времени от начала возмущения область его влияния станет равной R , т. е. второе равенство в (7) приобретёт вид

$$\sqrt{12\chi t_0} = R. \quad (8)$$

В момент времени t_0 завершается первый этап возмущения и начинается второй, на протяжении которого возмущение развивается в водоносном горизонте в области, внешней по отношению к «большому колодцу». В этом случае возмущение для любого момента от начала его второго этапа описывается уравнениями, аналогичными (7) [4]:

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right], \quad (9)$$

$$l(t) = \sqrt{12\chi t + R^2}, \quad r \geq l(t) \geq R,$$

или, если привести первое уравнение в (9) к виду, часто используемому для представления фильтрации ПВ к «большому колодцу»:

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \left[\ln \frac{1}{\bar{r}} \frac{l(t)}{R} - 1 + \frac{1}{\left(\frac{1}{\bar{r}} \frac{l(t)}{R} \right)} \right], \quad \bar{r} = \frac{r}{R}. \quad (10)$$

Здесь отсчёт времени t ведётся от момента начала второго этапа возмущения t_0 .

Очевидно, что в такой постановке дебит на стенке «большого колодца» является переменным во времени и не равным дебиту возмущения Q (существенно меньше его, возрастает в пределе от 0 до Q). Выполним на основе приведённого приближённого решения (9) оценку отличия дебита на контуре выработки большого радиуса от дебита скважины исчезающе малого радиуса ($r_0 \rightarrow 0$), помещён-

ной в центр «большого колодца». Дебит на стенке «большого колодца» выражается первым уравнением в (2) и равен

$$2\pi T R \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=R} = -Q_{R_1}(t). \quad (11)$$

Здесь все обозначения прежние.

Подстановка в (11) первого выражения из (9) и несложные преобразования полученного соотношения позволяют установить, что

$$Q_{R_1}(t) = Q \left[1 - \frac{R}{l(t)} \right], \quad l(t) \geq R. \quad (12)$$

Уравнение (12) определяет величину полного дебита потока ПВ с осевой симметрией на расстоянии R от центра возмущения. Прирост (уменьшение) его $\Delta Q_{R_1}(t)$ по отношению к полному заданному постоянному дебиту возмущения Q в центре области возмущения (на стенке скважины исчезающе малого радиуса) составляет:

$$\Delta Q_{R_1}(t) = Q - Q_{R_1}(t)$$

или, с учётом (12),

$$\Delta Q_{R_1}(t) = Q \frac{R}{l(t)}. \quad (13)$$

Уравнение (13) показывает, что в момент достижения областью возмущения от скважины, помещённой в центр «большого колодца», его стенки (т. е. при $l(t_0) = R$), $\Delta Q_{R_1}(t_0) = Q$. С продвижением же области возмущения вглубь горизонта (т. е. при $l(t) > R$) величина прироста дебита закономерно уменьшается и в пределе $\lim_{l(t) \rightarrow \infty} \Delta Q_{R_1} = 0$, тогда как $\lim_{l(t) \rightarrow \infty} Q_{R_1} = 0$.

Зададим теперь полный дебит возмущения, который должен быть на стенке «большого колодца», на скважине, помещённой в центр этого «большого колодца». В первом приближении этот дебит должен превышать заданный постоянный дебит возмущения Q на величину прироста $\Delta Q_{R_1}(t)$ с тем, чтобы обеспечить приближённое к действительному понижение уровня на стенке «большого колодца». Такой дебит (в общем случае, как и прежде, переменный) равен:

$$Q_1(t) = Q + \Delta Q_{R_1}(t). \quad (14)$$

Тогда уравнение для понижения пьезометрического уровня на стенке «большого колодца» (а также при $l(t) \geq r \geq R$ в первом приближении) приобретёт следующий вид:

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \left[1 + \frac{R}{l(t)} \right] \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right], \quad (15)$$

в котором в соответствии с принципом суперпозиций и с учётом (13) слагаемое

$$\Delta S_1 = \frac{Q}{2\pi T} \left[\frac{R}{l(t)} \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right] \right] \quad (16)$$

как раз и определяет составляющую понижения пьезометрического уровня за счёт прироста дебита $\Delta Q_{R_1}(t)$. В уравнениях (15) и (16) все обозначения прежние.

Вновь вычислим величину прироста дебита возмущения теперь уже от величины ΔQ_{R_1} (заданной на возмущающей скважине, помещённой в центр «большого колодца»), на стенке этого «большого колодца». Подставим для этого уравнение (16) в условие (11), в котором в качестве дебита возмущения на стенке «большого колодца» задается величина $Q_{R_{11}}(t)$, после несложных преобразований полученного выражения имеем:

$$Q_{R_{11}}(t) = Q \left[\frac{R}{l(t)} \left[1 - \frac{R}{l(t)} \right] \right], \quad (17)$$

где по-прежнему $l(t) \geq R$. Величину прироста дебита от действия этой составляющей возмущения $\Delta Q_{R_{11}}$ вычислим, как и в (14), вычтя из ΔQ_{R_1} рассчитанный по формуле (17) дебит $Q_{R_{11}}(t)$:

$$\Delta Q_{R_{11}}(t) = \Delta Q_{R_1} - Q_{R_{11}}(t), \quad (18)$$

откуда после подстановки в (18) выражений из (13) и (17) получаем, что

$$\Delta Q_{R_{11}}(t) = Q \left[\frac{R}{l(t)} \right]^2. \quad (19)$$

Здесь все обозначения прежние.

С учётом того, что

$$Q_{11}(t) = Q_1(t) + \Delta Q_{R_{11}}(t) = Q + \Delta Q_{R_1}(t) + \Delta Q_{R_{11}}(t),$$

где величины прироста дебита ΔQ_{R_1} и $\Delta Q_{R_{11}}$ определяются выражениями (13) и (19), уравнение для понижения пьезометрического уровня на стенке «большого колодца» (и в любой точке водоносного горизонта) во втором приближении приобретёт следующий вид:

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \left[1 + \frac{R}{l(t)} + \frac{R^2}{l^2(t)} \right] \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right], \quad (20)$$

$$l(t) \geq r \geq R.$$

Нетрудно заметить, что полное решение задачи в рамках метода интегральных соотношений представляется в виде ряда

$$S = \frac{Q}{2\pi T} \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R^n}{l^n(t)} \right] \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right], \quad (21)$$

$$l(t) \geq r \geq R,$$

где $n = 1, 2, 3, \dots, \infty$. Это решение обеспечивает вычисление понижения пьезометрического уровня в

любой точке водоносного горизонта в любой момент времени от начала возмущения.

Выполним исследование полученного решения (21) с целью обоснования конечного приближения (т. е. некоторого конечного n), обеспечивающего вычисление распределения понижения пьезометрического уровня ПВ S в водоносном горизонте с достаточной для практических целей точностью. При этом в качестве эталона для сравнения полученного здесь решения выбрано решение из работы О.Н. Харина [11], которое, как отмечалось ранее, должно представлять закономерности распределения пьезометрического уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта в любой момент времени после пуска «укрупнённой скважины». Для этого решения в [11] выполнено сопоставление его с точными решениями из [17, 18], показавшее, что решение О.Н. Харина обеспечивает вычисление понижения пьезометрического уровня в водоносном горизонте с максимальной относительной погрешностью, не превышающей 3 %, в интервале значений безразмерного параметра $1 \leq \frac{\chi t}{R^2} \leq 1,2$. За

пределами этого интервала относительные погрешности вычислений заметно меньше 1%.

Для малых моментов времени от начала возмущения (или для значений безразмерного параметра $\frac{\chi t}{r^2} \leq 1$ в [11] приведённое понижение пьезометрического уровня предлагается вычислять по формуле:

$$\frac{4\pi TS}{Q} \cong 4\sqrt{\frac{\chi t}{rR^2}} \left\{ \operatorname{ierfc} \frac{\bar{r}-1}{2\sqrt{\frac{\chi t}{R^2}}} - \sqrt{\frac{\chi t}{R^2}} \frac{3\bar{r}+1}{4\bar{r}} i^2 \operatorname{erfc} \frac{\bar{r}-1}{2\sqrt{\frac{\chi t}{R^2}}} + \right. \\ \left. + \frac{\chi t}{R^2} \frac{33\bar{r}^2+6\bar{r}+9}{32\bar{r}^2} i^3 \operatorname{erfc} \frac{\bar{r}-1}{2\sqrt{\frac{\chi t}{R^2}}} - \dots \right\}, \quad (22)$$

где все обозначения прежние. Уравнение (22) является приближённым в силу того, что оно ограничено только тремя слагаемыми в его правой части.

Несложные преобразования (22) позволяют представить его в виде, удобном для вычислений приведённого понижения пьезометрического уровня на стенке «большого колодца» [11], т. е. при $\bar{r} = 1$, с учётом уточнения коэффициента при третьем слагаемом знакопеременного ряда в (22):

$$\frac{4\pi TS}{Q} \cong \frac{4}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{\chi t}{R^2}} - \frac{\chi t}{R^2} + \frac{2}{3\sqrt{\pi}} \frac{\chi t}{R^2}. \quad (23)$$

Для относительно больших моментов времени от начала возмущения (т. е. для значений безразмерного параметра $\frac{\chi t}{R^2} \geq 1$, как указано в [11]),

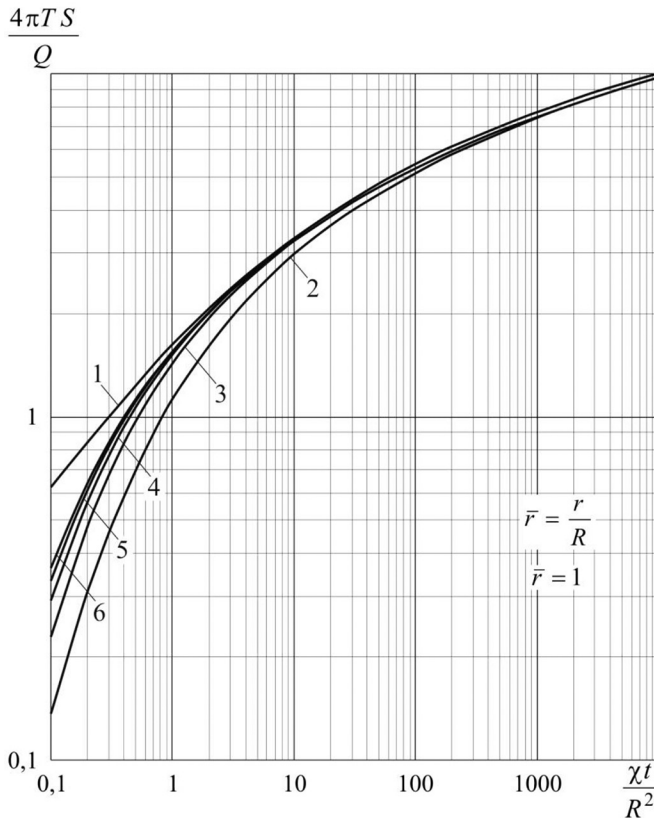


Рис. 2. Графики изменения значений приведённого понижения пьезометрического уровня, отвечающие решению О.Н. Харина (1), приближённым решениям по методу интегральных соотношений для «большого колодца» по формулам из (9) — (2), по формулам из (21) — для первого (3), второго (4), третьего (5) и четвёртого (6) приближения

приведённое понижение пьезометрического уровня в [11] предлагается рассчитывать по формуле, вытекающей из (22) с учётом рекуррентных соотношений для $i^n \operatorname{erfc} u$ и [9]:

$$\frac{4\pi TS}{Q} = \left[E_1 \left(\bar{r}^2 \frac{R^2}{4\chi t} \right) + \frac{R^2}{2\chi t} \exp \left(-\bar{r}^2 \frac{R^2}{4\chi t} \right) \left(\ln \frac{4\chi t}{R^2} - \ln \bar{r} - 0,07722 \right) \right], \quad (24)$$

где все обозначения прежние.

Результаты вычислений приведённого понижения пьезометрического уровня на стенке «большого колодца» (при $\bar{r} = 1$) по формулам в (23), как эталона для сравнения, по формуле (10) и по формуле (21) для значений $n = 1, 2, 3$ и 4 (т. е. для четырёх приближений) показаны на рис. 2 в виде графиков в координатах $\lg \frac{4\pi TS}{Q} \left(\lg \frac{\chi t}{R^2} \right)$. В расчётах принималась, как в этом нетрудно убедиться, величина $\frac{\chi t_0}{R^2} = 0,08333$, где t_0 — время достижения областью возмущения от скважины, помещённой в центр «большого колодца», его стенки.

Как следует из рис. 2, расхождения между графиками в области значений $\frac{\chi t}{R^2} \leq 1$ резко сокращаются с возрастанием номера приближения (т. е. с возрастанием показателя степени n в выражении (21)) — от первого к четвёртому, а в области значений этого параметра $\frac{\chi t}{R^2} \geq 6$ эти графики вообще не различаются. Последнее подтверждается графиками изменения относительных погрешностей приведённого понижения пьезометрического уровня $\delta_{\frac{4\pi TS}{Q}} \left(\lg \frac{\chi t}{R^2} \right)$, представленными на рис. 3. Так, для четвёртого приближения уже при $\frac{\chi t}{R^2} \geq 1,0$ относительная погрешность расчётов по формулам этого приближения оказывается меньше 5 %. К примеру, для «большого колодца» радиусом $R = 200$ м, работающего в водоносном горизонте с пьезопроводностью $\chi = 10^4$ м²/сут., указанное условие выполняется спустя $t \cong 4$ сут. от начала возмущения, а для того же «большого колодца», работающего в безнапорном горизонте с уровнепроводностью $\chi = 10^3$ м²/сут. — спустя $t \cong 40$ сут. от начала возмущения.

Вычисления на основе десятого приближения показали практически те же результаты, что и на основе четвёртого; заметные расхождения отмечаются только для малых величин безразмерного параметра $\frac{\chi t}{R^2} \leq 0,3$. Эти расчёты показали также, что

относительные погрешности значений приведённого понижения уровня $\delta_{\frac{4\pi TS}{Q}}$, отвечающие деся-

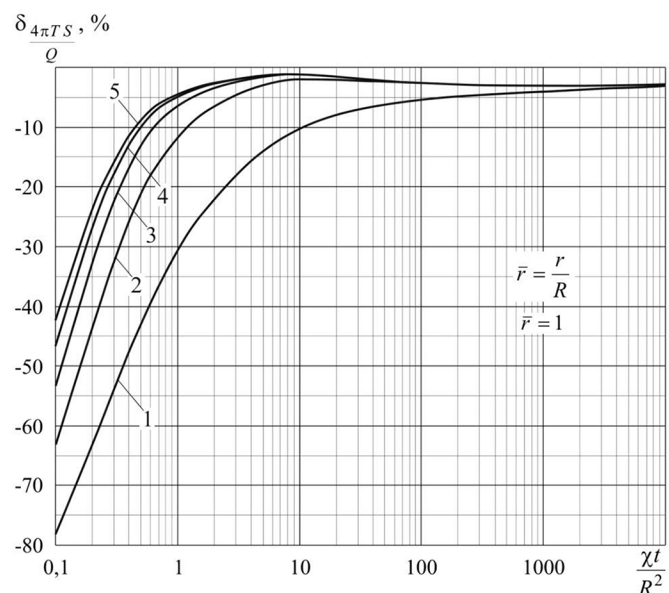


Рис. 3. Графики относительных погрешностей приведённого понижения пьезометрического уровня, вычисленного по методу интегральных соотношений для «большого колодца» по формулам из (9) — (1) и по формулам из (21) для первого (2), второго (3), третьего (4) и четвёртого (5) приближений, по отношению к решению О.Н. Харина

тому приближению, оказываются меньшими 5 % при $\frac{\chi t}{R^2} \geq 1,0$.

Таким образом, для выполнения расчётов с требуемой для практических целей точностью оказывается достаточным ограничиться четвёртым приближением в решении (21), т. е. показателем степени $n = 4$ в этом уравнении.

Это приближённое решение можно уточнить; представим уравнение (21) окончательно в виде:

$$S = \frac{1,032Q}{2\pi T} \left[1 + \sum_{n=1}^4 \frac{R^n}{l^n(t)} \right] \left[\ln \frac{l(t)}{r} - 1 + \frac{r}{l(t)} \right], \quad (25)$$

$$l(t) = \sqrt{12\chi t + R^2}, \quad l(t) \geq r \geq R.$$

Здесь все обозначения прежние.

Соответственно на основе этого четвёртого приближения выполнен анализ достоверности результатов расчётов по уравнениям из (25) приведённого понижения пьезометрического уровня в точках водоносного горизонта, отстоящих от стенки «большого колодца» на расстояниях, кратных его радиусу (например, превышающих его радиус в 2, 5 и 10 раз, т. е. для которых $\bar{r} = 2, 5$ и 10). При этом значения комплексного параметра $\frac{\chi t}{R^2}$, отвечающего времени достижения областью возмущения точек водоносного горизонта, расположенных на указанных относительных расстояниях от центра «большого колодца», составляют соответственно $\frac{\chi t_{0\bar{r}=2}}{R^2} = 0,33333$; $\frac{\chi t_{0\bar{r}=5}}{R^2} = 2,08333$; $\frac{\chi t_{0\bar{r}=10}}{R^2} = 8,33333$ (где $t_{0\bar{r}=2}$; $t_{0\bar{r}=5}$; $t_{0\bar{r}=10}$ и есть те самые величины времени достижения областью возмущения назначенных точек). Результаты расчётов $\frac{4\pi TS}{Q}$ по-

казаны на рис. 4, а; на этом рисунке приведены также и графики приведённого понижения пьезометрического уровня на стенке «большого колодца» (т. е. при $\bar{r} = 1$).

Величины приведённого понижения пьезометрического уровня, отвечающие решению О.Н. Харина [11], на стенке «большого колодца» (при $\bar{r} = 1$) вычислялись для относительно малых значений времени от начала возмущения (т. е. при $\frac{\chi t}{R^2} \leq 1$)

по формуле (23), а для больших (при $\frac{\chi t}{R^2} \geq 1$) — по формуле (24). На рисунке отчётливо видно, что вычисления по формуле (23) дают величину $\frac{4\pi TS}{Q}$,

завышенную по отношению к рассчитанной по методу интегральных соотношений, а по формуле (24) — практически точно совпадающую с рассчитанной по методу интегральных соотношений.

Приведённое понижение пьезометрического уровня при $\bar{r} = 2; 5$ и 10 для малых значений времени от

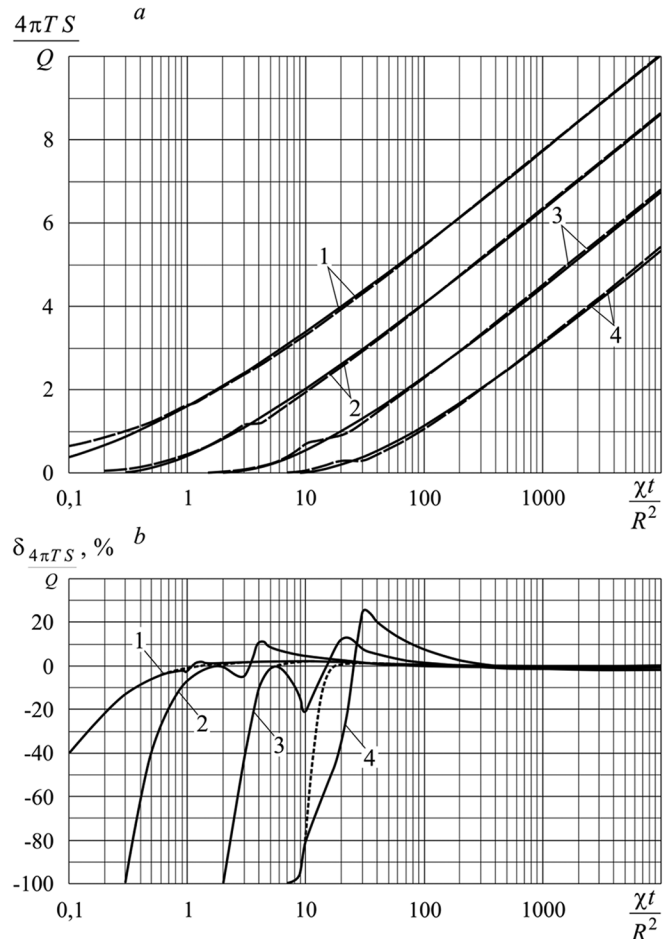


Рис. 4. Графики изменения значений приведённого понижения пьезометрического уровня, отвечающие приближенному решению по методу интегральных соотношений (сплошные линии) и решению О.Н. Харина (пунктирные линии) (а), и графики относительных погрешностей приведённого понижения пьезометрического уровня, вычисленного по методу интегральных соотношений, по отношению к значениям приведённого понижения уровня, рассчитанного по формулам из решения О.Н. Харина (б), для относительных расстояний от центра «большого колодца», равных соответственно $\bar{r} = 1$ (1), $\bar{r} = 2$ (2), $\bar{r} = 5$ (3) и $\bar{r} = 10$ (4)

начала возмущения (соответственно при $\frac{\chi t}{R^2} \leq 3$;

$\frac{\chi t}{R^2} \leq 10$ и $\frac{\chi t}{R^2} \leq 20$) вычислялось по формуле (22), а для больших — по той же формуле (24). Здесь на графиках $\frac{4\pi TS}{Q} \left(\lg \frac{\chi t}{R^2} \right)$ на рис. 4, а для значений

$\bar{r} = 2; 5$ и 10 еще более отчётливо, чем для значения приведённого радиуса $\bar{r} = 1$, наблюдаются расхождения между величинами $\frac{4\pi TS}{Q}$, рассчитанными

по формуле (22), в области значений приведённого параметра $\frac{\chi t}{R^2}$, в которой кривые, отвечающие

уравнению (24), в соответствии с решением О.Н. Харина [11] должны сшиваться. Соответственно приближённое решение по методу интегральных соотношений в области относительно малых зна-

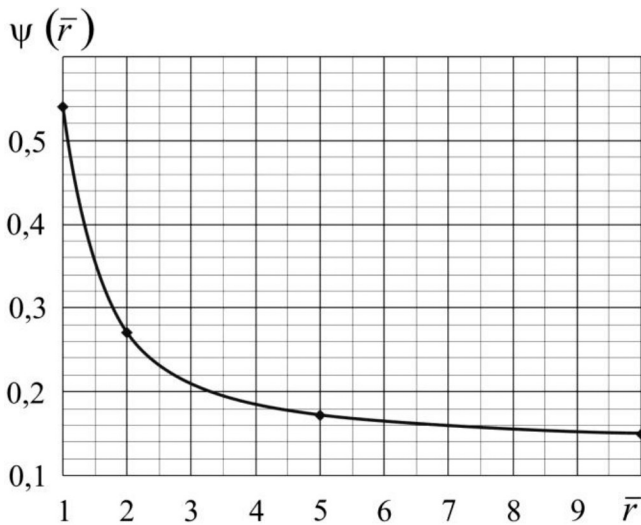


Рис. 5. Графики изменения численного параметра $\psi(\bar{r})$ в критерии (26)

чений времени от начала возмущения (т. е. при относительно малых значениях безразмерного параметра $\frac{\chi t}{R^2}$) обеспечивает некоторое занижение рассчитанных величин приведённого понижения пьезометрического уровня, а при относительно больших значениях времени (т. е. при относительно больших значениях $\frac{\chi t}{R^2}$) — наоборот, завышение.

В некоторой ограниченной области значений указанного безразмерного параметра отмечается практически точное совпадение величин приведённого понижения пьезометрического уровня, вычисленных на основе приближённого решения по методу интегральных соотношений и на основе решения О.Н. Харина [11]. Далее, с возрастанием параметра $\frac{\chi t}{R^2}$, расчёты по методу интегральных

соотношений вновь обеспечивают некоторое занижение значений приведённого понижения пьезометрического уровня с относительной погрешностью по отношению к вычислениям на основе решения О.Н. Харина, не превышающей 5 %.

Все изложенное иллюстрируют графики относительных погрешностей приведённого понижения пьезометрического уровня $\delta_{\frac{4\pi TS}{Q}}$, вычисленно-

го по методу интегральных соотношений, представленные на рис. 4, б. На этом рисунке пунктиром показаны сглаженные кривые, исключаяющие «всплески» величин относительных погрешностей, обусловленные сшивкой двух ветвей решения О.Н. Харина [11], по отношению к которому эти погрешности вычислялись.

С учётом этих графиков обоснован критерий применимости приближённого решения вида (25), позволяющий вычисление критического времени,

по истечении которого приведённые понижения пьезометрического уровня вычисляются на основе приближённого решения по методу интегральных соотношений, с относительной погрешностью по отношению к вычислениям на основе решения О.Н. Харина, не превышающей 5 %. Так, на рис. 5 показан график $\psi(\bar{r})$, где $\psi(\bar{r})$ — некоторый численный параметр, функционально зависящий от приведённого расстояния до наблюдательной скважины. Как следует из этого графика, величина $\psi(\bar{r})$ закономерно уменьшается с возрастанием приведённого расстояния $\bar{r}$ до точки в водоносном горизонте, в которой вычисляется (или измеряется) понижение уровня ПВ, при этом максимальное значение параметра $\psi(\bar{r})$ зафиксировано при $\bar{r} = 1 - \psi|_{\bar{r}=1} = 0,54$ — именно это значение и следует принять в критерии. Соответственно критерий применимости уточнённого приближённого решения по методу интегральных соотношений приобретает следующий вид:

$$0,54 \frac{r^2}{\chi} \leq t_K, \quad (26)$$

где все обозначения прежние.

Так, в частности, как и в предыдущем примере, для «большого колодца» радиусом $R = 200$ м, работающего в водоносном горизонте с пьезопроводностью $\chi = 10^4$ м²/сут., условие (26) выполняется спустя $t_K \approx 2,16$ сут. от начала возмущения. Для «большого колодца» тем же радиусом $R = 200$ м, но работающего в безнапорном водоносном горизонте с уровнепроводностью $\chi = 10^3$ м²/сут., условие (26) выполняется спустя уже $t_K \approx 21,6$ сут. от начала возмущения. Величина контрольного времени $t_K \approx 21,6$ сут. представляется на первый взгляд довольно значительной. Однако это, во-первых, не то $t_K \approx 4000$ сут., которое следует из условия (6) для «большого колодца». А, во-вторых, для водоприёмных систем большого диаметра, продолжительность работы которых исчисляется, по крайней мере, первыми годами, контрольное время $t_K \approx 21,6$ сут. представляется весьма незначительным. При такой его величине появляется возможность прогнозирования изменения распределения понижения уровня ПВ в эксплуатируемом (или дренируемом) водоносном горизонте на всём протяжении возмущения с шагом по времени не менее 21—22 сут.

Выводы

Итак, в настоящей работе представлено приближённое (в рамках метода интегральных соотношений Г.И. Баренблатта) решение задачи фильтрации ПВ к водоприёмной системе большого диаметра при возмущении напорного водоносного горизонта этой системой с постоянным дебитом. Это решение имеет несоизмеримо большую область приложений в сравнении с традиционно ис-

пользуемым в гидрогеологической практике методом «большого колодца». Оно обеспечивает базовую модель для обоснования приближённых решений задачи притока ПВ к водоприёмным системам, развивающимся в плане и на глубину. В этом

состоит очевидное отличие (и преимущество) представленного в настоящей работе авторского приближённого решения по сравнению с сопоставляемыми решениями задачи о притоке флюидов (нефти и газа) к «укрупнённым скважинам».

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г.И. О некоторых приближённых методах в теории одномерной неустойчивой фильтрации жидкости при упругом режиме // Известия АН СССР. Отделение технических наук. 1954. № 9. С. 35–49.
2. Боचेвер Ф.М. Теория и практические методы гидрогеологических расчетов эксплуатационных запасов подземных вод. М.: Недра, 1968. 328 с.
3. Боचेвер Ф.М., Веригин Н.Н. Методическое пособие по расчётам эксплуатационных запасов подземных вод для водоснабжения. М.: Госстройиздат, 1961. 199 с.
4. Бураков М.М. Исследование водоотбора в неоднородных по фильтрационным и ёмкостным свойствам водоносных пластах (на примере месторождений Центрального Казахстана). Автореф. дис.... канд. геол.-мин. наук. Алма-Ата, 1987. 25 с.
5. Самсонов Б.Г. Приток подземных вод к разведочным горным выработкам. М.: Недра, 1991. 160 с.
6. Самсонов Б.Г., Рогожина М.А. Расчет предельного водопритока в развивающуюся подземную горную выработку // Экспресс-информация. Гидрогеология и инженерная геология. М.: ВИЭМС, 1983. Вып. 4. С. 1–8.
7. Самсонов Б.Г., Рогожина М.А. Решение задачи о притоке подземных вод в развивающуюся систему горных выработок эллиптической формы // Экспресс-информация. Гидрогеология и инженерная геология. Отечественный производственный опыт. М.: ВИЭМС, 1986. Вып. 7. С. 1–6.
8. Самсонов Б.Г., Рогожина М.А., Плакида Е.К. Оценка достоверности определения гидрогеологических параметров способом опытно-фильтрационных наблюдений при водоотливе // Экспресс-информация. Гидрогеология и инженерная геология. Отечественный производственный опыт. М.: ВИЭМС, 1986. Вып. 2. С. 1–8.
9. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
10. Справочное руководство гидрогеолога / Под ред. В.М. Максимова. М.: Недра, 1967. Т. 1. 592 с.
11. Харин О.Н. Вывод приближённых формул, характеризующих работу укрупнённой скважины с постоянным дебитом в условиях упругого режима // Разработка нефтяных и газовых месторождений и подземная гидродинамика. Труды МИНГ и ГП имени акад. И.М. Губкина. 1964. Вып. 55. С. 41–47.
12. Шестаков В.М. Вопросы терминологии в гидрогеодинамике // Водные ресурсы. 1984. Т. 8. № 5. С. 156–159.
13. Щелкачев В.Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М.: Гостоптехиздат, 1959. 467 с.
14. Щелкачев В.Н. Исследование неустойчивого фильтрационного потока упругой жидкости к круговой батарее стоков // Доклады АН СССР. 1951. Т. 79. № 4. С. 577–580.
15. Щелкачев В.Н. Уточнение приближённой формулы для определения понижения давления на стенке укрупнённой скважины, пущенной с постоянным дебитом // Подземная гидродинамика. Труды МИНГ и ГП имени акад. И.М. Губкина. 1964. Вып. 33. С. 5–13.
16. Щелкачев В.Н., Влюшин В.Е. Дальнейшее упрощение приближённой формулы для подсчёта понижения давления на стенке укрупнённой скважины, пущенной с постоянным дебитом в условиях упругого режима // Известия ВУЗов. Нефть и газ. 1963. № 7. С. 77–82.
17. Ingersoll L.R., Adler F.T., Plass H.T., Ingersoll A.S. Theory of heat exchangers for the heat pump // Journal of American Society of Heating and Ventilating. 1950. Vol. 22. No. 5. P. 113–123.
18. Van Everdingen A.F., Hurst W. The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs // Petroleum Transactions, AIME. 1949. No. 12. P. 305–324.
19. Theis C.V. The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage // Transaction. American Geophysical Union. 1935. Vol. 16. P. 519–524.

REFERENCES

1. Barenblatt G.I. On Some Approximate Methods in the Theory of One-Dimensional Unsteady Fluid Filtration in the Elastic Mode. *Izvestiya AN SSSR. Otdeleniye tekhnicheskikh nauk — News of the Academy of Sciences of the USSR. Department of Technical Sciences*, 1954, no. 9, pp. 35–49. (in Russian).
2. Bochever F.M. *Teoriya i prakticheskiye metody gidrogeologicheskikh raschetov ekspluatatsionnykh zapasov podzemnykh vod* [Theory and Practical Methods of Hydrogeological Calculations of the Operational Groundwater Reserves]. Moscow, Nedra Publ., 1968, 328 p. (in Russian).
3. Bochever F.M., Verigin N.N. *Metodicheskoye posobiye po raschetam ekspluatatsionnykh zapasov podzemnykh vod dlya vodosnabzheniya* [Methodological Manual for Calculating the Operational Reserves of Groundwater for Water Supply]. Moscow, Gosstroyizdat Publ., 1961, 199 p. (in Russian).
4. Burakov M.M. *Issledovaniye vodootbora v neodnorodnykh po fil'tratsionnym i yemkostnym svoystvam vodonosnykh plastakh (na primere mestorozhdeniy Tsentral'nogo Kazakhstana). Avtoref. dis. kand. geol.-min. nauk* [Investigation of Water Withdrawal in Aquifers That are Heterogeneous in Terms of Filtration and Capacity Properties (by the Example of Fields in Central Kazakhstan). Dis. abstr. of cand. of geol. and min. sci.]. Alma-Ata, 1987, 25 p. (in Russian).
5. Samsonov B.G. *Pritok podzemnykh vod k razvedochnym gornym vyrobokam* [Groundwater Inflow to Exploration Workings]. Moscow, Nedra Publ., 1991, 160 p. (in Russian).
6. Samsonov B.G., Rogozhina M.A. *Raschet predel'nogo vodopritoka v razvivayushchuyusa podzemnyu gornuyu vyrobokku. Ekspress-informatsiya. Gidrogeologiya i inzhenernaya geologiya* [Calculation of the Marginal Water Inflow in the Developing Underground Mining Development. Express Information. Hydrogeology and Engineering Geology]. Moscow, VIEMS Publ., 1983, Vol. 4, pp. 1–8. (in Russian).
7. Samsonov B.G., Rogozhina M.A. *Resheniye zadachi o pritoke podzemnykh vod v razvivayushchuyusa sistemu gornyykh vyrobotok ellipticheskoy formy. Ekspress-informatsiya. Gidrogeologiya i inzhenernaya geologiya. Otechestvennyy proizvodstvennyy opyt* [Solution of the Problem of Groundwater Inflow into the Developing System of Mine Workings of Elliptical Form. Express Information. Hydrogeology and Engineering Geology. Domestic Production Experience]. Moscow, VIEMS Publ., 1986, Vol. 7, pp. 1–6. (in Russian).
8. Samsonov B.G., Rogozhina M.A., Plakida E.K. *Otsenka dostovernosti opredeleniya gidrogeologicheskikh parametrov sposobom opytno-fil'tratsionnykh nablyudeniy pri vodootlive. Ekspress-informatsiya. Gidrogeologiya i inzhenernaya geologiya. Otechestvennyy proizvodstvennyy opyt* [Estimation of the Reliability of the Determination of Hydrogeological Parameters by the Method of

- Experimental Filtration Observations with a Watering Factor. Express Information. Hydrogeology and Engineering Geology. Domestic Production Experience]. Moscow, VIEMS Publ., 1986, vol. 2, pp. 1–8. (in Russian).
9. *Spravochnik po spetsial'nykh funktsiyam s formulami, grafikami i matematicheskimi tablitsami* [Handbook of Special Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables]. Ed. M. Abramowitz, I. Stegun. Moscow, Nauka Publ., 1979, 831 p. (in Russian).
 10. *Spravochnoye rukovodstvo gidrogeologa* [Reference Guide Hydrogeologist]. Ed. V.M. Maximov. Moscow, Nedra Publ., 1967, vol. 1, 592 p. (in Russian).
 11. Kharin O.N. [Derivation of Approximate Formulas Characterizing the Operation of an Enlarged Well with a Constant Flow Rate in the Conditions of an Elastic Mode]. *Trudy MING i GP imeni akad. I.M. Gubkina «Razrabotka neftyanykh i gazovykh mestorozhdeniy i podzemnaya gidrodinamika»* [Proc. of the MING and GP named Acad. I.M. Gubkin «Development of Oil and Gas Fields and Underground Hydrodynamics»], 1964, Vol. 55, pp. 41–47. (in Russian).
 12. Shestakov V.M. Terminology Issues in Hydrogeodynamics. *Vodnyye resursy — Water Resources*, 1984, Vol. 8, No. 5, pp. 156–159. (in Russian).
 13. Schelkachev V.N. *Razrabotka neftevodonosnykh plastov pri uprugom rezhime* [Development of Oil Reservoirs in the Elastic Mode]. Moscow, Gostoptekhizdat Publ., 1959, 467 p. (in Russian).
 14. Schelkachev V.N. Investigation of the Unsteady Filtration Flow of an Elastic Fluid to a Circular Battery of Sewers. *Doklady AN SSSR — Reports of the Academy of Sciences of the USSR*, 1951, Vol. 79, no. 4, pp. 577–580. (in Russian).
 15. Schelkachev V.N. Refinement of the Approximate Formula for Determining the Pressure Drop on the Wall of an Enlarged Well, Fired with a Constant Flow Rate. *Trudy MING i GP imeni akad. I.M. Gubkina «Podzemnaya gidrodinamika»* [Proc. of the MING and GP named Acad. I.M. Gubkin «Underground Fluid Dynamics»], 1964, Vol. 33, pp. 5–13. (in Russian).
 16. Schelkachev V.N., Vlyushin V.E. Further Simplification of the Approximate Formula for Calculating the Pressure Drop on the Wall of an Enlarged Well Put Into Operation With a Constant Flow Rate in an Elastic Mode. *Izvestiya VUZov. Neft' i gaz — News of Universities. Oil and Gas*, 1963, no. 7, pp. 77–82. (in Russian).
 17. Ingersoll L.R., Adler F.T., Plass H.T., Ingersoll A.S. Theory of heat exchangers for the heat pump. *Journal of American Society of Heating and Ventilating*, 1950, vol. 22, no. 5, pp. 113–123.
 18. Van Everdingen A.F., Hurst W. The application of the Laplace transformation to flow problems in reservoirs. *Petroleum Transactions, AIME*, 1949, no. 12, pp. 305–324.
 19. Theis C.V. The Relation Between the Lowering of the Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of a Well Using Ground-Water Storage. *Transactions. American Geophysical Union*, 1935, vol. 16, pp. 519–524.

УДК 624.131.1

ПУТИ ОПТИМИЗАЦИИ УГЛОВ ЗАЛОЖЕНИЯ ОТКОСОВ КАРЬЕРА С УЧЁТОМ АНИЗОТРОПИИ ПРОЧНОСТНЫХ СВОЙСТВ И ТРЕЩИНОВАТОСТИ СКАЛЬНОГО МАССИВА (на примере Стойленского железорудного месторождения КМА)*

Л.А. ЯРГ¹, И.К. ФОМЕНКО¹, О.М. ЖИТИНСКАЯ²

¹ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет имени Серго Орджоникидзе»
23, Миклухо-Маклая ул., Москва 117997, Россия

²Старооскольский филиал ФГБОУ ВО «Российский государственный геологоразведочный университет»
14/13, Ленина ул., Старый Оскол 309530, Россия
e-mail: gonjarova_o@mail.ru

Разработка Стойленского железорудного месторождения открытым способом на протяжении 50 лет, сопровождающаяся извлечением огромных масс горных пород и руд, кардинально изменяет напряженно-деформационное состояние массива и формирование техногенного водоносного горизонта. Длительная эксплуатация карьера вызывает возникновение инженерно-геологических процессов: осыпей, обвалов, оползней, оплывин, суффозий. Развитие процессов, инициируемое технологическими работами, носит прогрессирующий характер в пространственно-временном отношении. Решение вопросов устойчивости бортов карьера, обеспечивающих безаварийное ведение горнодобывающих работ при длительной разработке месторождения, базируется на современной методологии расчёта. Предлагается алгоритм оптимизации углов заложения откосов Стойленского карьера и расчёт коэффициента устойчивости различными методами с учётом трещиноватости скального массива на основе использования критерия анизотропии прочности пород.

Ключевые слова: природно-техническая система; месторождение; карьер; откос; процессы; анизотропия; трещиноватость; устойчивость; модель.

DOI:10.32454/0016-7762-2019-4-67-77