

ГИДРОГЕОЛОГИЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГЕОЛОГИЯ

УДК 518:556.33.04

**ВОЗМУЩЕНИЕ С ПОСТОЯННЫМ ПОНИЖЕНИЕМ УРОВНЯ
ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ВОЗМУЩАЮЩЕЙ СКВАЖИНЕ**

М.М. БУРАКОВ

*ТОО «Гидрогеоэкологическая научно-производственная и проектная фирма «КазГИДЭК»»
Казахстан, 050008, Алматы, ул. Мынбаева 43а, оф. 506; e-mail: michael.burakov@gmail.com*

На основе метода интегральных соотношений получено приближенное решение задачи фильтрации подземных вод в напорных водоносных горизонтах при их опробовании выпусками. Полученное решение применимо для моментов времени, меньших почти на два порядка, чем приближенное представление точного решения, на котором основывается существующая методика интерпретации результатов опытно-фильтрационного опробования горизонтов

Ключевые слова: опытные выпуски; постоянное понижение уровня; возмущающие скважины; метод интегральных соотношений; приближённое решение задачи.

**PERTURBATION WITH PERMANENT REDUCTION
OF UNDERGROUND WATER LEVEL IN THE PERTURING WELL**

М.М. BURAKOV

*TOO "Gidrogeoeologicheskaya nauchno-proizvodstvennaya i proektnaya firma "KazGIDEK"
Kazakhstan, 050008, Almaty, ul. Mynbaeva, 43a, of. 506; e-mail: michael.burakov@gmail.com*

On the basis of the method of integral relationships, an approximate solution of the problem of groundwater filtration in pressure aquifers has been obtained when they are tested with pumpings. The solution obtained is applicable for moments of time less than two orders than the approximate representation of the exact solution on which the existing technique for interpreting the results of the experimental filtration testing of horizons is based.

Key words: experienced pumpings; constant lowering of the level; disturbing wells; the method of integral relations; approximate solution of the problem

Условия фильтрации подземных вод (ПВ) к возмущающей скважине, при постоянном понижении уровня в ней, характерны преимущественно для опытно-фильтрационного опробования (ОФО) напорных водоносных горизонтов пробными и опытными выпусками из самоизливающих скважин. Такие условия на практике встречаются достаточно часто; в процессе выпуска пьезометрический уровень в возмущающей скважине практически мгновенно устанавливается на определённой (заданной) отметке, вода из скважины изливается без

применения какого-либо насосного оборудования (т. е. самоизливается), а переменным является дебит возмущения (выпуска).

Сформулированная концептуально задача фильтрации ПВ в напорных водоносных горизонтах при возмущении их откачками с постоянным понижением уровня в возмущающих скважинах (выпусками) включает в себя две взаимосвязанные задачи. Одна из них предполагает вычисление дебита возмущения в зависимости от заданного понижения пьезометрического уровня в возмущающей

скважине. Вторая — оценку распределения понижения пьезометрического уровня ПВ в водоносном горизонте и темпа его снижения в любой точке горизонта (за исключением возмущающей скважины).

В математической постановке решение задачи (или, вернее, обеих представленных выше задач) сводится к интегрированию уравнения фильтрации:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial S}{\partial r} \right) = \frac{\partial S}{\partial t}, \quad (1)$$

при следующих краевых условиях:

$$S(r_0, t) = S_0 = \text{const}, \quad S(\infty, t) = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=r_0} = 0. \quad (2)$$

Здесь $S(r, t)$ — понижение пьезометрического напора ПВ в точке водоносного горизонта с координатой r в момент времени t от начала возмущения относительно исходного S_0 ; S_0 — постоянное понижение пьезометрического напора в возмущающей скважине; $\frac{\partial S}{\partial r}$ — пьезопроводность¹ опробуемого водоносного горизонта, $\frac{T}{*}$ (здесь T — водопроницаемость горизонта, $*$ — его упругая ёмкость); r_0 — радиус возмущающей скважины.

Точное решение первой задачи фильтрации ПВ и его приближения представлены, в частности, в работе Ф.М. Бочевера [3]. Решение это получено с использованием интегрального преобразования по Лапласу (или по Лапласу-Карсону) в [14, 15] и др. В соответствии с ним формула для вычисления дебита (в общем случае переменного во времени) $Q(t)$ при заданном понижении уровня ПВ в возмущающей скважине S_0 имеет вид [3]:

$$Q(t) = 2 \pi T S_0 G \frac{1}{4x_0}, \quad (3)$$

где $G \frac{1}{4x_0}$ — безразмерное гидравлическое сопротивление, выраженное уравнениями [3, 14],

$$G \frac{1}{4x_0} = \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{z^2}{4x_0}} \frac{dx}{x [J_0^2(x) + Y_0^2(x)]}, \quad (4)$$

$$x_0 = \frac{r_0^2}{4t}, \quad x = \frac{r^2}{4t},$$

в которых $J_0(x)$ и $Y_0(x)$ — функции Бесселя соответственно первого и второго родов нулевого порядка.

Значения $G \frac{1}{4x_0}$ из (4) в табличной форме приведены в работе С.Е. Jacob, S.W. Lohman [14], а также в работе Ф.М. Бочевера [3].

Уже вскоре после начала выпуска, при выполнении условия [3]:

$$\frac{r_0^2}{4t} \ll 0,0025, \quad (5)$$

функция $G \frac{1}{4x_0}$ может быть представлена в виде

$$G \frac{1}{4x_0} \approx \frac{2}{\ln \frac{2,25}{r_0^2} t}. \quad (6)$$

С учетом (6) выражение дебита возмущения (3) для моментов времени, удовлетворяющих указанному критерию (5), преобразуется следующим образом:

$$Q(t) \approx \frac{4 \pi T S_0}{\ln \frac{2,25}{r_0^2} t}. \quad (7)$$

Решение для понижения пьезометрического уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта (решение второй задачи фильтрации ПВ) в любой момент времени от начала возмущения (выпуска) $S(r, t)$ представлено в [3] в следующем виде:

$$S(r, t) = S_0 R_{\Pi}, \quad (8)$$

где R_{Π} — безразмерное фильтрационное сопротивление. Последнее, в свою очередь, вычисляется по формулам [3, 15]:

$$R_{\Pi} = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-\frac{x^2}{4x_0}} \frac{J_0(x) Y_0(\bar{r}x) - Y_0(x) J_0(\bar{r}x)}{J_0^2(x) + Y_0^2(x)} \frac{dx}{x}, \quad (9)$$

$$\bar{r} = \frac{r}{r_0}.$$

Значения функции R_{Π} в табличной форме приведены в работе J.C. Jaeger [15]. В [3] они представлены в виде таблицы и графиков.

При длительных выпусках, когда выполняется критерий [3]:

$$\frac{r^2}{4t} \ll 0,0005, \quad (10)$$

функция R_{Π} из (8) и (9) может быть представлена следующим образом [3]:

$$R_{\Pi} \approx \frac{E_1(x)}{\ln \frac{2,25}{r_0^2} t}, \quad (11)$$

¹ В настоящей работе используется терминология из статьи В.М. Шестакова [12].

где $E_1(x)$ — интегральная показательная функция (интегральный экспоненциал).

В полном соответствии с (10) и с учётом уравнения (7), решенного относительно S_0 , выражение (8) преобразуется к виду:

$$S(r, t) = \frac{Q(t)}{4T} E_1(x). \quad (12)$$

Выполнение условия (10), позволяющее приближенно представить точное выражение для безразмерного фильтрационного сопротивления R_{Π} в виде (11), позволяет также выполнить замену интегральной показательной функции $E_1(x)$ её приближённым представлением [3, 7, 9, 10, 13]. Соответственно выражение для понижения пьезометрического уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта при его возмущении с постоянным понижением уровня в возмущающей скважине приобретает известный вид:

$$S(r, t) = \frac{Q(t)}{4T} \ln \frac{2,25}{r^2} t. \quad (13)$$

Имеющаяся методика интерпретации результатов прослеживания понижения уровня ПВ в наблюдательных скважинах опытных кустов при проведении опытных выпусков для определения фильтрационных и ёмкостных параметров опробуемых напорных водоносных горизонтов базируется на приближенном представлении точного решения задачи (13) о возмущении таких горизонтов выпусками [2, 8—10]. Как и любое приближённое представление точного решения, оно имеет свои ограничения на область существования, в пределах которой обеспечивает заданную достоверность вычислений; последняя задается заданным уровнем предельно допустимых погрешностей (абсолютных или относительных). В гидрогеологических приложениях в качестве предельно допустимой обычно принимается относительная погрешность вычисляемых параметров 5 %. Соответственно приближённое представление точного решения задачи должно обеспечивать аналогичную достоверность вычислений, т. е. относительное расхождение точного решения и его приближенного представления не должно превышать тех же 5 %.

Отвечающий этому условию критерий применимости приближенного представления (10) в [2, 3, 10] представлен в виде:

$$500 \frac{r^2}{t_K} \quad (14)$$

где t_K — критическое время от начала возмущения, по истечении которого анализируемое приближенное представление точного решения обеспечивает вычисление понижения уровня ПВ с заданной точностью по отношению к понижению уровня, вычисленного на основе точного решения.

Критерий (14) весьма значительно ограничивает область существования приближенного представления, на основе которого и выполняются интерпретация результатов ОФО водоносного горизонта. Особенно важно это для наблюдательных скважин опытного куста, отстоящих от возмущающей на большие расстояния. Например, для скважин, для которых приведенный радиус $\bar{r} > 1000$ (где $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$), что означает — при радиусе возмущающей скважины $r_0 = 0,1—0,15$ м такие скважины отстоят от возмущающей на расстояние $r = 100—150$ м (опытные кусты, в которых наблюдательные скважины отстоят от возмущающих на расстояние 100—150, и даже 300 м, отнюдь не исключение). Соответственно применительно к наблюдательной скважине опытного куста на расстоянии $r = 100$ м от возмущающей в водоносном горизонте с пьезопроводностью $= 10^6$ м²/сут. приближённое представление точного решения становится, согласно критерию (14), применимым при значении критического времени $T_K = 5$ сут., а в отношении наблюдательной скважины на расстоянии $r = 150$ м от возмущающей — при $T_K = 11,25$ сут.

Очевидно, что в целом ряде случаев такие значения критического времени значительно превышают общую продолжительность опытного выпуска. Поэтому приближенное представление точного решения имеет смысл использовать только при возмущении водоносных горизонтов с пьезопроводностью не менее 10^7 м²/сут. Только в таком случае критическое время, определяющее принципиальную возможность его применения, не превысит первых суток от начала возмущения. Соответственно есть основание утверждать, что часто вообще теряется смысл выполнения ОФО водоносных горизонтов выпусками, т. е. исключить из методической базы гидрогеологии целый класс методов ОФО горизонтов.

Именно эта причина заставила автора заняться отысканием приближенного решения задачи возмущения напорного водоносного горизонта при постоянном понижении пьезометрического уровня ПВ в возмущающей скважине, имеющего неизмеримо большую область существования, чем имеет упоминавшееся ранее приближенное представление точного решения. Такое приближённое решение должно обеспечить возможность обоснования методов интерпретации результатов ОФО водоносных горизонтов выпусками, имеющими реальную продолжительность.

Для отыскания приближенного решения сформулированной ранее задачи воспользуемся наиболее общим методом построения таких решений — методом интегральных соотношений Г.И. Баренблатта [1].

В соответствии с изложенным в [1] общим правилом распределение понижения уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта (за исключением возмущающей скважины) возьмем:

$$S(r, t) = p(t) \ln \frac{r}{l(t)} - p_0(t) - p_1(t) \frac{r}{l(t)}, \quad (15)$$

где $p_i(t)$ — коэффициенты, зависящие от времени; $l(t)$ — длина области влияния возмущения.

Для определения коэффициентов $p_i(t)$, зависящих от времени, и выражения для перемещающейся со временем границы области влияния $l(t)$ имеем следующие очевидные условия, вытекающие из (2):

$$S|_{r=r_0} = S_0, \quad S|_{r=l(t)} = 0, \quad \frac{S}{r} \Big|_{r=l(t)} = 0. \quad (16)$$

С учётом второго и третьего условий из (16) уравнение (15) для $S(r, t)$ преобразуется к виду:

$$S(r, t) = p(t) \ln \frac{r}{l(t)} - 1 \frac{r}{l(t)}. \quad (17)$$

Функцию $l(t)$ в последнем выражении найдём, как это проделано в [4, 5], воспользовавшись двумя первыми интегральными соотношениями. Умножим уравнение (1) сначала на $r dr$, а затем на $r^2 dr$ и проинтегрируем по r от r_0 до $l(t)$, используя формулы дифференцирования под знаком интеграла и интегрирования по частям (правило Лейбница), получим следующую систему уравнений [4, 5]:

$$\frac{d}{dt} \int_{r_0}^{l(t)} S(r, t) r dr = r \frac{S}{r} \Big|_{r=l(t)} - r \frac{S}{r} \Big|_{r=r_0} \quad (18)$$

$$S(l, t) l \frac{dl}{dt} - S(r_0, t) r_0 \frac{dr_0}{dt},$$

$$\frac{d}{dt} \int_{r_0}^{l(t)} S(r, t) r^2 dr = r^2 \frac{S}{r} \Big|_{r=l(t)} - r^2 \frac{S}{r} \Big|_{r=r_0}$$

$$S(l, t) l^2 \frac{dl}{dt} - S(r_0, t) r_0^2 \frac{dr_0}{dt} = \int_{r_0}^{l(t)} S(r, t) dr \quad (19)$$

Подставив (17) в (18) и (19), используя условия в (16) и выполнив несложные очевидные преобразования, приходим к следующей системе дифференциальных уравнений [4, 5]:

$$\frac{d}{dt} [p(t) l^2] = 12 p(t),$$

$$\frac{d}{dt} [p(t) l^3] = 18 p(t),$$

решение которой в предположении, что — постоянная величина, даёт

$$l^2(t) = 12 t. \quad (20)$$

Уравнение (20) имеет весьма важный в дальнейшем изложении физический смысл. Оно показывает, что скорость распространения возмущения в водоносном горизонте не зависит от дебита возмущения, т. е. от того обстоятельства постоянный этот дебит на протяжении возмущения или переменный; скорость распространения определяется исключительно фильтрационными и ёмкостными параметрами горизонта.

Для нахождения в самом общем виде коэффициента $p(t)$ в (17) воспользуемся первым условием в (16). Подстановка в это условие выражения (17) позволяет установить, что

$$p(t) \ln \frac{r_0}{l(t)} - 1 \frac{r_0}{l(t)} = S_0,$$

откуда очевидно следует

$$p(t) = \frac{S_0}{\ln \frac{r_0}{l(t)} - 1 \frac{r_0}{l(t)}}, \quad (21)$$

где $l(t)$ определяется выражением (20).

Итак, уравнение (17) с учётом выражений для $l(t)$ в (20) и $p(t)$ в (21) представляет собой решение в общем виде задачи фильтрации ПВ к возмущающей скважине в напорном водоносном горизонте при постоянном понижении пьезометрического уровня в ней.

Как отмечалось в [3], влияние скважины, действующей при постоянном понижении уровня ПВ в ней, равносильно работе возмущающей скважины с переменным дебитом. Это даёт основание для того, чтобы представить коэффициент $p(t)$ в (17) следующим образом:

$$p(t) = r \frac{S}{r} \Big|_{r=r_0} \frac{Q(t)}{2 T}. \quad (22)$$

Подставив уравнение (22) в (21), получаем в самом общем виде [4, 5]:

$$Q(t) = \frac{2 T S_0}{\ln \frac{r_0}{l(t)} - 1 \frac{r_0}{l(t)}}, \quad l^2(t) = 12 t. \quad (23)$$

Несложные преобразования (23) дают следующее выражение для дебита возмущения:

$$Q(t) = \frac{2 T S_0}{\ln \sqrt{\frac{12 t}{r_0^2}} - 1 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}}. \quad (24)$$

Полагая, что практически сразу же с пуском выпуска $l(t) \gg r_0$ и отношением $\frac{r_0^2}{12 t}$ можно пренеб-

речь практически без потери точности расчётов, уравнение (24) упростим:

$$Q(t) = \frac{4 TS_0}{\ln \frac{1,63 t}{r_0^2}} \quad (25)$$

Последнее выражение с точностью до постоянного коэффициента под знаком натурального логарифма совпадает с приближенной зависимостью для дебита возмущения (7), вытекающей из точного решения.

Подставим теперь (22) в (17), после несложных преобразований получаем, что понижение пьезометрического уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта при его возмущении выпуском вычисляется в общем виде по формуле [4, 5]:

$$S(r, t) = \frac{Q(t)}{2 T} \ln \frac{l(t)}{r} - 1 \frac{r}{l(t)}, \quad l^2(t) = 12 t. \quad (26)$$

Подстановка, в свою очередь, в (26) выражения (24) даёт окончательно:

$$S(r, t) = \frac{S_0}{\ln \sqrt{\frac{12 t}{r_0^2}} - 1 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}} \ln \sqrt{\frac{12 t}{r^2}} - 1 \sqrt{\frac{r}{12 t}}. \quad (27)$$

Очевидно, что функция $\sqrt{\frac{12 t}{r_0^2}} - 1 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}$ в знаменателе (27) при значении безразмерного параметра $\frac{t}{r_0^2} = 0,083333$. Это означает, что обратная ей

функция $F = \frac{t}{r_0^2} = \frac{1}{\ln \sqrt{\frac{12 t}{r_0^2}} - 1 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}}$ в этой точке

терпит разрыв, причём предел её $F = \frac{t}{r_0^2}$.

С уменьшением параметра $\frac{t}{r_0^2} = 0,083333$ значения

функции $F = \frac{t}{r_0^2} = \frac{t}{r_0^2}$ также уменьшаются,

однако при $\frac{t}{r_0^2} = 0$ она не определена. Все обозначения здесь отвечают очевидному тождеству:

$$\frac{p(t)}{S_0} = \frac{Q(t)}{2 TS_0} = F = \frac{t}{r_0^2}.$$

Таким образом, как указывалось ранее, применение приближённого решения автоматически и безусловно предполагает использование критерия (или нескольких критериев) его существования.

Ясно, что для того, чтобы составить какую-то конкуренцию приближённому представлению точ-

ного решения (7) уравнение (24) должно быть справедливо, по крайней мере при выполнении одного и того же условия из (5), представленного в виде:

$$\frac{t_K}{r_0^2} = 100 \quad (28)$$

(где t_K — как и прежде, критическое время от начала возмущения, по истечении которого анализируемое приближенное решение или аппроксимация обеспечивает вычисление дебита возмущения или понижения уровня ПВ с заданной точностью) и являющегося критерием применимости приближённого выражения (25) для вычисления дебита возмущения.

Например, согласно уравнению (7) для возмущающей скважины радиусом $r_0 = 0,2$ м, работающей в водоносном горизонте с пьезопроводностью $= 10^4$ м²/сут., условие (28) должно выполняется спустя немногим более полуминуты от начала выпуска, точнее через время $t_K = 34,6$ с. Очевидно, что сколько-нибудь существенных ограничений на применение полученного приближённого решения задачи для вычисления дебита возмущения это условие не может накладывать, так как продолжительность выпуска, удовлетворяющая ему, оказывается заметно меньше даже периодичности замеров уровня в наблюдательных скважинах при опытной кустовой откачке (эта периодичность в начальный период откачки обычно составляет 2—5 мин. [6]).

Вместе с тем для водоприёмной системы большего диаметра (например, для карьера, системы подземных горных выработок, кольцевой батареи дренажных скважин и т. п.), работающих как «большой колодец» [3, 9—11, 13], то же условие показывает, что решение (7) становится справедливым спустя весьма продолжительное время после начала возмущения. Например, для водоприёмной системы радиусом $R = 200$ м, работающей в водоносном горизонте с той же пьезопроводностью $= 10^4$ м²/сут., это решение применимо через время $t_K = 400$ сут., т. е. спустя более года с начала возмущения. Соответственно приближённое решение должно обеспечить возможность вычисления дебита «большого колодца» для реальных моментов времени от начала возмущения.

В [4, 5] выполнено сопоставление приближённого решения задачи о возмущении напорного водоносного горизонта с постоянным понижением уровня в возмущающей скважине вида (24), полученного с использованием метода интегральных соотношений, с точным решением, представленным уравнениями (3) и (4) (рис. 1, а). Это сопоставление показало, что при условии

$$\frac{t_K}{r_0^2} = 200 \quad (29)$$

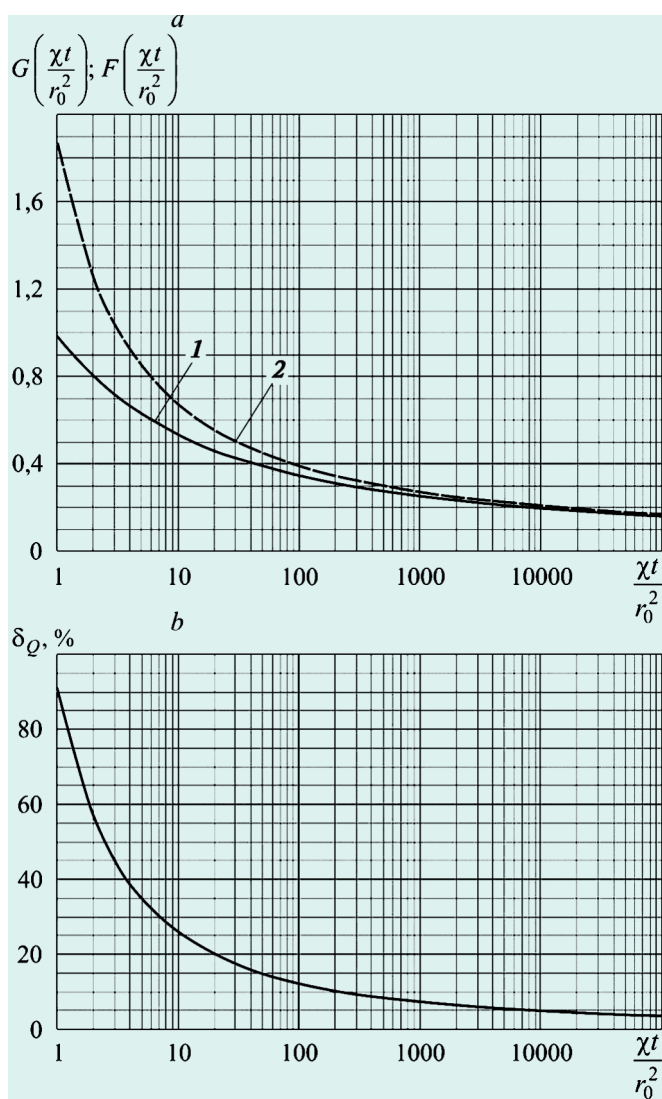


Рис. 1. Графики безразмерных гидравлических сопротивлений (а), вычисленных на основе точного (1) и приближенного (2) решений, и относительных погрешностей дебита возмущения (б), отвечающего приближенному решению

расход откачки вычисляется на основе приближённого решения по методу интегральных соотношений (уравнения (24) и (25)) с относительной погрешностью менее 10 % (рис. 1, б), причём с возрастанием отношения $\frac{l(t)}{r_0}$ эта погрешность быстро стремится к нулю.

Условие (29) предъявляет более жёсткие ограничения на применимость приближённого решения (т. е. сужает область приложений приближённого решения), чем это следует из приведённого ранее условия (5) или (28).

Необходимо обратить внимание еще и на то обстоятельство, что условие (29) ограничивает область существования приближенного решения (24) (или (25)), обеспечивающего вычисление дебита возмущения с относительной погрешностью менее 10 %, тогда как условие (5) (или (28)) ограничивает применимость асимптотического представления

(7) точного решения, причем при выполнении этого условия дебит возмущения на основе (7) вычисляется с относительной погрешностью менее 5 %. Иными словами, расчёты по формулам (24), (25) и (7) дают мало сопоставимые результаты.

Соответственно приведённое здесь приближённое решение для вычисления дебита выпуска (24) (или (25)) требует уточнения. Представим для этого уравнение (24) в виде:

$$\frac{Q(t)}{2 TS_0} F \frac{t}{r_0^2} = \frac{1}{\ln \sqrt{\frac{12 t}{r_0^2}}} 0,51 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}. \quad (30)$$

В этом случае дебит возмущения вычисляется с относительной погрешностью менее 6 % для всех значений безразмерного параметра

$$\frac{t_K}{r_0^2} 0,11. \quad (31)$$

Как видно из рис. 2, такое уточнение приближённого решения расширяет область его вероятных приложений и практически сводит условие применимости приближенного решения до того же

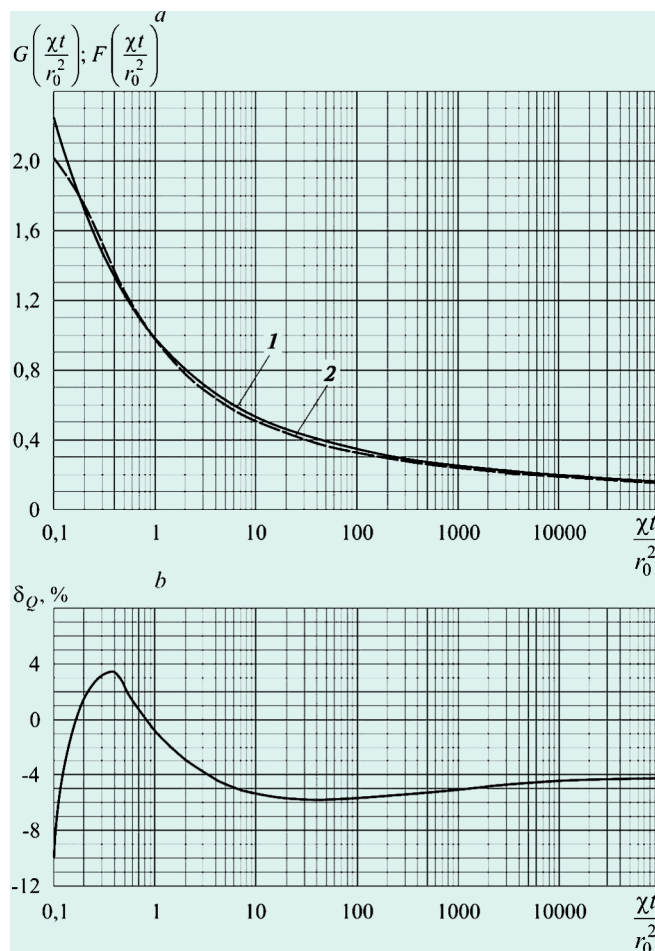


Рис. 2. Графики безразмерных гидравлических сопротивлений (а), вычисленных на основе точного (1) и уточнённого приближенного (2) решений, и относительных погрешностей дебита возмущения (б), отвечающего приближенному решению

абсолютного минимума вероятных значений безразмерного параметра $\frac{t}{r_0^2} = 0,083333$, при котором,

однако, функция $\ln \sqrt{\frac{12}{r_0^2} t} = 0,51 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}$ 0,245,

т. е. не равна 0. Соответственно предел обратной

ей функции конечен — $\lim_{r_0^2 \rightarrow 0} F \frac{t}{r_0^2} = 4,081633$. В этом случае, например, для той же скважины радиусом 0,2 м, работающей в водоносном горизонте с пьезопроводностью $= 10^4$ м²/сут., условие (31) выполняется спустя примерно 0,2 с с момента пуска откачки, т. е. практически сразу же с пуском выпуска.

Итак, вычисление дебита возмущения с постоянным понижением уровня в возмущающей скважине следует выполнять на основе следующего уравнения, полученного нами с использованием метода интегральных соотношений и вытекающего из (30):

$$Q(t) = \frac{2 T S_0}{\ln \sqrt{\frac{12}{r_0^2} t} - 0,51 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}} \quad (32)$$

Область существования решения (32) целиком определяется условием (31).

Перейдём теперь ко второй задаче — оценкам распределения понижений пьезометрического уровня в любой точке водоносного горизонта за пределами возмущающей скважины и закономерностей его снижения.

Как показано ранее, понижение уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта определяется выражением (27). В [4, 5] показано, что понижение уровня в наблюдательных скважинах вычисляется на основе приближенного решения по методу интегральных соотношений вида (27) с относительной погрешностью менее 5 % по отношению к точному решению при значении безразмерного параметра

$$\frac{r^2}{4 t} = 0,0625, \quad (33)$$

или в виде, аналогичном такому же критерию из (14),

$$4 \frac{r^2}{t} = t_K. \quad (34)$$

Очевидно, что условия (33) и (34) определяют неизмеримо менее жёсткие ограничения на применимость приближённого решения, чем это следует из условия (14).

Представленное приближённое решение можно заметно уточнить; представим это уточнение в виде:

$$S(r, t) = \frac{S_0}{\ln \sqrt{\frac{12}{r_0^2} t} - 1 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}} \quad (35)$$

$$\ln \sqrt{\frac{12}{r_0^2} t} - 0,925 \sqrt{\frac{r_0^2}{12 t}}.$$

На рис. 3, а показаны графики безразмерных гидравлических сопротивлений, определяющих понижение уровня в наблюдательных скважинах опытного куста, отстоящих на разное расстояние от центра возмущения, обозначенное как $\bar{r} = \frac{r}{r_0}$, на основе точного и приближенного (выраженного

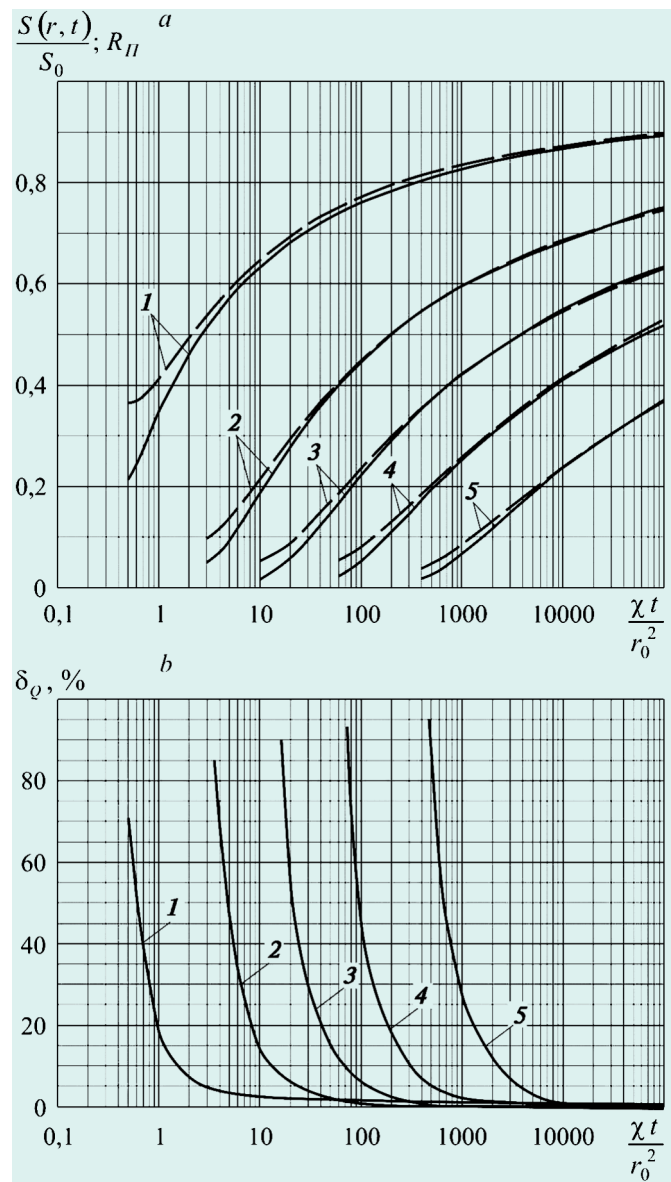


Рис. 3. Графики гидравлических сопротивлений, определяющих понижение уровня в наблюдательных скважинах опытного куста (а) на основе точного (сплошные линии) и приближенного (пунктирные линии) решений и графики относительных погрешностей понижения уровня (б), отвечающих приближенному решению, для различных значений приведенного радиуса $\bar{r}$: 1) $\bar{r} = 1$; 2) $\bar{r} = 5$; 3) $\bar{r} = 10$; 4) $\bar{r} = 20$; 5) $\bar{r} = 50$

уравнением (35)) решений, а на рис. 3, *b* — графики относительных погрешностей понижения уровня, отвечающих приближённому решению (35).

Как следует из рис. 3, *b*, вычисления понижения уровня ПВ в любой точке водоносного горизонта на расстоянии от центра возмущения по формуле (35) выполняются с относительной погрешностью (по отношению к точному решению (8)) менее 5 % при следующих значениях безразмерного параметра $\frac{t}{r_0^2}$: 2,7 (при $\bar{r} = 2$); 22 (при $\bar{r} = 5$); 105 (при $\bar{r} = 10$); 485 (при $\bar{r} = 20$); 3500 (при $\bar{r} = 50$). Представленные величины параметра $\frac{t}{r_0^2}$ позволяют

обосновать критерий применимости приближённого решения (35), т. е. временной критерий, показывающий значения времени от начала возмущения с постоянным понижением пьезометрического уровня в возмущающей скважине (выпуска), по прошествии которого уравнение (35) обеспечивает вычисление понижения уровня в наблюдательных скважинах опытного куста с относительной погрешностью меньше 5 %. При этом такой критерий оказывается существенно зависящим от расстояния от центра возмущения до наблюдательной скважины r .

Соответственно последний, с учётом того, что $r = r_0 \bar{r}$, записывается в несколько более сложном, чем в (33) или в (34), виде:

$$\frac{t_K}{r^2} = f(\bar{r}), \quad (36)$$

или

$$(\bar{r})^2 \frac{r^2}{t_K} = f(\bar{r}), \quad (37)$$

где $f(\bar{r})$ — некоторый численный параметр, функционально зависящий от приведённого расстояния до наблюдательной скважины.

На рис. 4 показаны вычисленные на основе приведённых выше величин безразмерного параметра $\frac{t}{r^2}$ значения $f(\bar{r})$ в (36) и (37), а также логарифмический тренд, аппроксимирующий эти значения $f(\bar{r})$. Уравнение тренда, подобранное с использованием метода наименьших квадратов, имеет следующий вид:

$$f(\bar{r}) = 0,5238 \lg \bar{r} + 0,5196. \quad (38)$$

Полагая, что выражение (38) представляет предполагаемую функциональную зависимость $f(\bar{r})$, критерий (37) в самом общем виде можно записать следующим образом:

$$(0,5238 \lg \bar{r} + 0,5196) \frac{r^2}{t_K} = f(\bar{r}). \quad (39)$$

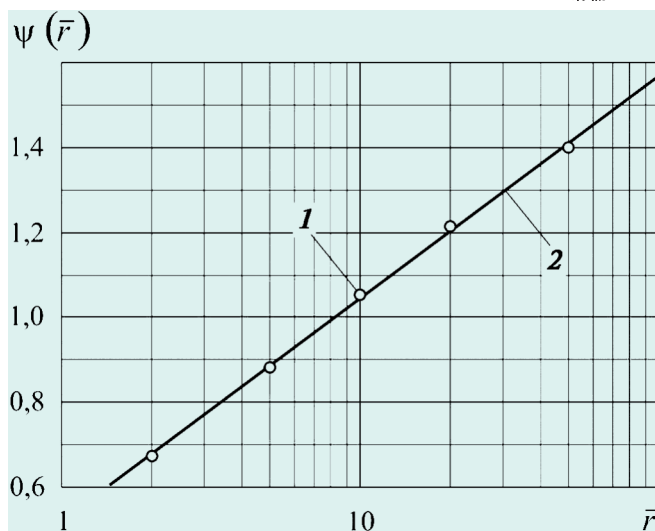


Рис. 4. Графики изменения численного параметра $f(\bar{r})$: 1 — вычисленные для величин приведенного радиуса $\bar{r} = 2$; $\bar{r} = 5$; $\bar{r} = 10$; $\bar{r} = 20$ и $\bar{r} = 50$ значения параметра; 2 — тренд

Итак, и приближённое решение (27), и его уточнение (35) применимы для существенно меньших величин t , чем это необходимо для использования приближений (12) и (13). При этом численные коэффициенты в критериях (34) и (39), в значительной мере определяющие критические значения времени, по абсолютной величине на первый взгляд принципиально не различаются. Необходимо вместе с тем помнить, что при подборе расчётной асимптоты на индикаторных графиках прослеживания необходимо, чтобы расчётные моменты времени на этой асимптоте удовлетворяли критериям (34) или (39). Соответственно в целом ряде случаев может возникнуть ситуация, когда различие численных коэффициентов в этих критериях в 2—3 раза окажется решающим в выборе для интерпретации опытных данных либо приближённого решения (27), либо его уточнения (35). В то же время эти коэффициенты меньше коэффициента из критерия (14), более чем на два порядка.

Как отмечалось ранее, применительно к наблюдательной скважине опытного куста на расстоянии $r = 100$ —150 м от возмущающей в напорном водоносном горизонте с пьезопроводностью

$6 \text{ м}^2/\text{сут.}$ приближения точного решения, выраженные уравнениями (12) и (13), становятся, согласно критерию (14), применимыми при значении критического времени $t_K = 5$ —11,25 сут. Приближённое же решение, например, (27), в полном соответствии с критерием (34), становится применимым для тех же наблюдательных скважин опытного куста в водоносном горизонте с той же пьезопроводностью $6 \text{ м}^2/\text{сут.}$ по истечении времени всего $t_K = 0,04$ сут. (для скважины на расстоянии $r = 100$ м от возмущающей) или $t_K = 0,09$ сут. (для скважины на расстоянии $r = 150$ м от возмущающей) от пуска выпуска. Иными словами, уравнение (27) становится применимым для расчётов

понижения уровня ПВ в водоносном горизонте с указанными параметрами спустя лишь первые часы после начала возмущения.

Итак, приведённое здесь приближённое решение задачи о возмущении напорного водоносного горизонта выпуском с постоянным понижением уровня в возмущающей скважине физически правильно представляет реальный процесс и обеспечивает вполне достоверные результаты вычислений характеристик такого возмущения.

Это решение является основой для разработанной автором методики обработки и интерпретации результатов ОФО напорных водоносных горизонтов выпусками, имеющими вполне реальную продолжительность 2—5 сут. При этом такая методика способна обеспечить одинаковую достоверность полученных промежуточных результатов выполненных опытов и вычисленных параметров опробуемых горизонтов с традиционными методическими приёмами для других схем фильтрации [2, 3, 6, 8—10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Баренблатт Г.И. О некоторых приближенных методах в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме // Известия АН СССР. Отделение технических наук. 1954. № 9. С. 35—49.
2. Боровский Б.В., Самсонов Б.Г., Язвин Л.С. Методика определения параметров водоносных горизонтов по данным откачек. М.: Недра, 1979. 327 с.
3. Бочевёр Ф.М. Теория и практические методы гидрогеологических расчетов эксплуатационных запасов подземных вод. М.: Недра, 1968. 328 с.
4. Бураков М.М. Фильтрация к скважине с частичным осушением напорного пласта вблизи нее // Редкол. ж. «Вестник АН КазССР». 1984. 25 с. Рукопись деп. В ВИНТИ, № 3301-84Деп.
5. Бураков М.М. Исследование водоотбора в неоднородных по фильтрационным и емкостным свойствам водоносных пластах (на примере месторождений Центрального Казахстана). Дис. ... канд. геол.-мин. наук. Алма-Ата, 1987. 195 с.
6. Бураков М.М. Опытные откачки из слоистых водоносных систем с перетеканием. Методы интерпретации результатов. Saarbrücken: LAP, 2014. 145 с.
7. Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород / Н.Н. Веригин, С.В. Васильев, В.С. Саркисян, Б.С. Шержуков. М.: Недра, 1977. 272 с.
8. Грабовников В.А., Самсонов Б.Г. Опробование водоносных пластов групповыми выпусками // Экспресс-информация. ВИЭМС. Серия VIII. Гидрогеология и инженерная геология. 1974. Вып. 2. С. 1—14.
9. Мироненко В.А., Шестаков В.М. Теория и методы интерпретации опытно-фильтрационных работ. М.: Недра, 1978. 328 с.
10. Синдаловский Л.Н. Справочник аналитических решений для интерпретации опытно-фильтрационных опробований. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2006. 796 с.
11. Справочное руководство гидрогеолога / Под ред. В.М. Максимова. М.: Недра, 1967. Т. 1. 592 с.
12. Шестаков В.М. Вопросы терминологии в гидрогеодинамике // Водные ресурсы. 1984. Т. 8. № 5. С. 156—159.
13. Шестаков В.М. Гидрогеодинамика. М.: Изд-во МГУ, 1995. 368 с.
14. Jacob C.E., Lohman S.W. Nonsteady flow to a well of constant drawdown in an extensive aquifer // Transactions. American Geophysical Union. 1952. Vol. 33. P. 559—569.
15. Jaeger J.C. Numerical values for the temperature in radial heat flow // Journal of Mathematics and Physics. 1956. Vol. 34. N 4. P. 316—321.