

ДИСКУССИИ

УДК 517.958

О МЕТОДОЛОГИИ И МЕТОДАХ ПРИКЛАДНОГО ГЕОМАГНЕТИЗМА

В.В. АКСЁНОВ

*Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
630090, Россия, г. Новосибирск, пр. ак. Лаврентьева, 6; e-mail: Aksenov@omzg.sgcc.ru*

Обоснована замена парадигмы в прикладном геомагнетизме в связи с экспериментальными эффектами, зафиксированными в атмосфере Земли Ван Влейтен, Н.П. Беньковой, Д.Н. Четаевым, а также наблюдениями, произведенными во время двух международных геофизических годов 1933 и 1957—1958 гг. и всемирной магнитной съемки 1964—1965 гг. Отмечено, что парадигма потенциального магнитного поля, введенная К.Ф. Гауссом, нуждается в корректировке из-за возникновения в наблюдаемом главном геомагнитном поле и его вариациях гидромагнитных эффектов. Эти эффекты не вписываются в стандартные уравнения Максвелла. Требуется их незначительная корректировка за счёт введения сферических (тороидальных) электрических токов и несиловых электромагнитных полей, дифференциальные операторы которых отличаются от известных дифференциальных операторов, используемых в уравнениях Максвелла. Использование всюду верной соленоидальности магнитного поля позволяет однозначно ввести определения несиловых и силовых магнитных полей, записать исходные электродинамические уравнения и на их основе построить самодостаточную теорию прикладного геомагнетизма, произвести интерпретацию наблюдаемых данных с учётом гидромагнитных эффектов, построить источники главного геомагнитного поля Земли и источники спокойных солнечно-суточных вариаций.

Ключевые слова: методология; электромагнитные поля; прикладной геомагнетизм.

ON METHODOLOGY AND METHODS OF APPLIED GEOMAGNETISM

V.V. AKSENOV

*Institute of Computational Technologies of the Siberian Branch of the RAS
630090, Russia, Novosibirsk, Ac. Lavrentieva avenue, 6; e-mail: Aksenov@omzg.sgcc.ru*

The change of the paradigm in the applied geomagnetism due to experimental effects, discovered in the Earth's atmosphere by Van Vleuten, Benkova, Chetaev, and the observations during the two international geophysical years: 1933 and 1957/58 as well as by the world-wide magnetic survey in 1964/65, was substantiated and confirmed. The paradigm (introduced by Gauss) of the potential magnetic field is noted to require the correction due to the occurrence of hydromagnetic effects in the observed main geomagnetic field and its variations. Such effects cannot be described by classical Maxwell's equations. The minor correction of the effects in question is needed at the expense of the introduction of spherical (toroidal) electric currents and non-force electromagnetic fields which differential operators differ from those commonly accepted that are used in Maxwell's equations. The use of the solenoidal feature of the magnetic field, which is valid everywhere on the Earth, makes possible to identically introduce the definitions of non-force and force magnetic fields, to write down the original electromagnetic equations and on their basis to formulate a self-sustained theory of the applied geomagnetism. Also, it will allow one to interpret the observed data with allowance for hydromagnetic effects as well as to construct sources of the Earth's main geomagnetic field and sources of calm solar-daily variations.

Key words: methodology; electromagnetic fields; applied geomagnetism.

Электродинамика на Земле восходит к наблюдениям за магнитным полем еще пять веков назад в Китае, когда была изобретена по существу «магнитная стрелка», указывающая направление и сохраняющая это направление под воздействием как раз магнитного поля, о существовании которого только догадывались. Значительно позже такое поведение «магнитной стрелки» стали использовать в мореплавании [16, 19, 20].

Научные исследования главного геомагнитного поля (ГГП) начались в первой половине 19 в. после прорывных работ К.Ф. Гаусса в 1839—1940 гг. [23, 24]. Он предложил использовать для математического описания природного магнитного поля новый для того времени математический объект — магнитный потенциал и его разложение по сфере. Этими работами было положено начало методологии исследования главного магнитного поля, автоматически определившей принципы и способы исследований природного магнитного поля.

В то время еще не было работ Максвелла по уравнениям электродинамики, появившихся в 1868—1869 гг. Поэтому и не возникал вопрос о природе наблюдаемого магнитного поля — его главного свойства потенциальности.

Однако в самом начале 20 в. (1902 г.) голландский физик Ван Влейтен [28] обратила внимание на то, что спокойные солнечно-суточные вариации земного магнетизма обладают значительной непотенциальной частью в атмосфере Земли. Это поставило под сомнение признанную методологию исследования главного геомагнитного поля (ГГП) как потенциального объекта в атмосфере Земли. Хотя из-за отсутствия электрического тока в практически непроводящей атмосфере Земли первое уравнение Максвелла ($\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}$) автоматически доказывало правоту потенциального подхода (при $\mathbf{j} = 0$, $\nabla \times \mathbf{H} = 0$). Выше названный методологический принцип общепризнан и в настоящее время, несмотря на подтверждение Н.П. Беньковой существования беспотенциальной (непотенциальной) части спокойных солнечно-суточных вариаций земного магнетизма, полученное по данным первого международного геофизического года (1933 г.) [12].

В самом начале 80-х гг. 20 в. Д.Н. Четаевым были проведены эксперименты в атмосфере Земли с вертикальной компонентой электрического поля короткопериодических вариаций, которые обнаружили достаточно высокую напряженность этой компоненты в воздухе в 1970 г. [18], что также противоречило принципу потенциальности вариаций в воздухе.

Если попытаться теоретически обосновать вышеприведенные эффекты в атмосфере Земли, то это невозможно сделать в потенциальной парадигме, зафиксированной в уравнениях Максвелла.

При $\mathbf{j} = 0$, $\nabla \times \mathbf{H} = 0$, поэтому магнитное поле обязательно потенциально. Описанные выше эксперименты диктуют замену парадигмы, а вместе с ней методологию и методы исследования главного геомагнитного поля и его вариаций.

Истоки новой парадигмы можно обнаружить в космической электродинамике Х. Альвена, Ю. Паркера и других аналогичных работах [14, 15, 21, 22, 26, 27]. Самым важным открытием является теоретическое доказательство возможности существования несиловых тороидальных магнитных полей [14, 15, 21, 22, 26, 27], свойства которых, как убедимся ниже, иные, чем зафиксированные в первом уравнении Максвелла. Замена потенциального свойства на более общее солениоидальное, восходящее к уравнению $\nabla \times \mathbf{H} = 0$, позволяет внедрить в природный геомагнетизм новую парадигму для исследований и заменить бытовавшую до последнего времени методологию исследования ГГП на более общую. Обоснование новой парадигмы опирается на ряд авторских теорем, опубликованных в математической, физической и геофизической научной литературе [6, 8—10, 11].

В основу нового подхода, как нам представляется, должно быть положено убеждение в том, что Земля является таким же космическим объектом, как и все окружающие её планеты и звёзды. Её магнитное поле по происхождению принципиально не должно резко отличаться от имеющих место способов генерации космических магнитных полей. Эта мысль многократно подчёркивается Ю. Паркером в [15]. Более того, принцип динамо-возбуждения магнитного поля некоторыми авторами автоматически переносится в земные условия, хотя пока нет его экспериментального подтверждения в земных условиях [17].

В то время как эксперимент по существу на космическом объекте — Земле проведен трижды: два эксперимента во время международных геофизических годов 1933 и 1957—1958 гг. и третий во время всемирной магнитной съемки 1964—1965 гг.

Поэтому возникающая в связи с этим проблема *интерпретации* наблюденных полей требует разработки максимально общей теории появления наблюдаемых на Земле электромагнитных полей с учетом космической природы Земли и тех эффектов, которые наблюдаются на поверхности Земли и описаны выше.

Для этого требуется создать новую электродинамику, которая бы восходила к уравнениям Максвелла и уравнениям космической электродинамики как минимум.

Отправной точкой в этом глобальном деле должен стать, по нашему мнению, эффект Дж. Лармора [25]. Он открывает путь к установлению пределов применимости электродинамики Максвелла, космических магнитных полей Ю. Паркера [15], электродинамики Г. Моффата [14], а также при-

кладного геомагнетизма [6, 9], восходящего к *интерпретации* наблюдений за ГПП и его вариациями в международные геофизические годы и в период всемирной магнитной съёмки.

В эффекте Дж. Лармора к максвелловскому электрическому полю добавляется слагаемое $[V \ B]$, где V — скорость движения жидкости в магнитном поле B , или скорость движения одной координатной системы относительно другой. В [15] утверждается, что данное добавление экспериментально подтверждено. Поэтому второе уравнение Максвелла записывают с учётом этого слагаемого $(E + [V \ B]) - \frac{B}{t}$. В первом уравнении

Максвелла справа и слева помножают на магнитную проницаемость μ , что дает $B = \mu j + E$. И после подстановки одного уравнения в другое получают одно более общее по сравнению с двумя уравнениями Максвелла уравнение индукции с динамо слагаемым:

$$\frac{B}{t} = \frac{1}{\mu} B - [V \ B]. \quad (1)$$

Здесь μ — удельная проводимость. Исследование этого уравнения с помощью критерия подобия — магнитного числа Рейнольдса $R_{em} = l |V|$, где l — характерный размер области с магнитным полем, приводит к трём различным с точки зрения построения электродинамики результатам.

Во всех экспериментах с электромагнитными полями на Земле в силу малых характерных размеров l магнитное число Рейнольдса близко к единице ($R_{em} \approx 1$). Это позволяет отбросить второе слагаемое в правой части (1) и записать:

$$\frac{B}{t} = \frac{1}{\mu} B. \quad (2)$$

Методологически это означает, что в (2) остаются лишь диффузия и индукция, а уравнения Максвелла в их классическом варианте абсолютно верны в пределах технической и лабораторной электродинамики на Земле.

В астрофизике космические магнитные поля в силу больших расстояний и больших скоростей характеризуются критерием подобия величиной $R_{em} = 10^{15} - 10^{17}$. Это позволяет отбросить первое слагаемое в правой части (1) и получить так называемое гидромагнитное уравнение:

$$\frac{B}{t} = [V \ B]. \quad (3)$$

Методологически это означает, что в астрофизике имеют дело с гидромагнитными полями, для которых характерно существование несиловых (тороидальных) магнитных полей и полоидальных (силовых) [6, 8, 15, 21]. Они при определённых

условиях могут быть подвержены взаимной генерации, в силу которой возникает так называемое динамовозбуждение магнитных полей [15]. Для него характерно отсутствие индукции, а вместе с ней и первого уравнения Максвелла. Ю. Паркер в [15], как раз и отказался от первого уравнения Максвелла. Хотя Х. Альвен в [21] опирался при возбуждении магнитных полей в астрофизике как раз на электрические токи.

Естественное электромагнитное поле Земли (ГПП и его вариации) генерируют источники в условиях, когда критерий подобия заключен в пределах $R_{em} = 10^3 - 10^5$. Поэтому в (1) *нельзя* отбрасывать слагаемые. Методологически это означает, что в земных условиях возможны диффузионные и индуктивные магнитные поля, а также могут присутствовать и гидромагнитные поля.

Уравнения (1–3), а также величины критерия подобия для Земли методологически указывают на то, что Земля, как астрофизический объект, вполне соответствует условиям возбуждения ГПП и его вариаций общим законам мироздания. Необходимо только найти методы изучения электромагнитных полей с учётом их вышевыясненной земной и космической природы.

Ранее отмечалось, что замеченные на Земле эффекты в естественных электромагнитных полях прямо указывают на то, что парадигма потенциального ГПП и его вариаций в атмосфере Земли должна быть заменена на более общую парадигму — соленоидальную. Новые подходы к созданию математического аппарата для гидромагнитной и максвелловской электродинамики в работах [14, 15, 21, 22, 26, 27] были основаны на физических предположениях практически без привязки к эксперименту. Так, в [14], как и во всех других работах на эту тему, тороидальные и полоидальные магнитные поля воспроизводились двумя различными источниками, представленными двумя различными полеобразующими скалярными функциями — потенциалами. Что приводило к неувязкам при теоретической реализации взаимной генерации тороидальных и полоидальных магнитных полей [6]. Это, в том числе, сказалось при попытках воспроизвести взаимную генерацию в эксперименте на Земле [17].

При разработке математического аппарата для электродинамики прикладного геомагнетизма, в котором, как указывалось выше, одновременно действуют, согласно (1), диффузионные, индуктивные и гидромагнитные поля, требуется более общий подход, который бы объединил эти типы полей. Это в свою очередь требует заменить потенциальную парадигму, применяемую до сих пор в геомагнетизме, на более общую парадигму — соленоидальную.

Замена парадигмы требует выбрать исходное соотношение, которое было бы верно при любых

критериях подобия. Таким соотношением для магнитного поля является его соленоидальность. Она выражается формулой $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$. В связи с отсутствием магнитных зарядов в барионной вселенной это соотношение верно везде. Поэтому более общий математический подход, реализующий новую парадигму, сводится к введению цепочки тождественных соотношений [8, 10, 11]:

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{A}, \quad \mathbf{A} = \nabla Q(r) \quad (4)$$

В (4) вместо скалярного потенциала К.Ф. Гаусса и потенциальных функций вводится векторный потенциал и его тороидальное ортогональное разложение. В (4) функции $\mathbf{A}$, Q есть функции трёх или четырёх переменных (при учёте времени) класса C^1 . Условие потенциальности магнитного поля в атмосфере Земли не вводится.

Тороидальные несиловые гидромагнитные поля вводятся с помощью соотношения $\nabla \times \mathbf{H}_T = \nabla Q(r)$ и эта формула, по сути, совпадает с аналогичной формулой из [14], только там вместо функции Q берется аналогичная функция T . Полоидальные силовые магнитные поля в данном случае вводятся несколько иначе $\nabla \times \mathbf{H}_P = \nabla Q(r)$. В связи с этим условие взаимной генерации вводится теперь путём тождественных соотношений [8, 10]:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_T &= \nabla Q(r) = \nabla \times \mathbf{H}_P, \\ \nabla \times \mathbf{H}_P &= \nabla Q(r) = \nabla \times \mathbf{H}_T. \end{aligned} \quad (5)$$

Соответствие размерностей в (5) доказано в [6]. Однако в этом случае, да и во всех известных [14, 15, 21, 22, 26, 27], необходимо указать источники полей $\mathbf{H}_T$ и $\mathbf{H}_P$.

В земных условиях и переменные, и постоянные глобальные магнитные поля (кроме источников в магниторазведке) вызываются электрическими токами, находящимися либо в ионосфере, либо в зоне F жидкого ядра [6, 9, 11]. В связи с этим, в том числе, в [10] доказана основополагающая теорема о том, что источником как тороидального несилового гидромагнитного поля, так и силового полоидального гидромагнитного, диффузионного и индуктивного полей является тороидальный сферический электрический ток. Это могут быть тороидальные компоненты полного сферического тока или двухкомпонентный электрический ток в тонкой ионосфере, или двухкомпонентный тороидальный электрический ток в зоне F жидкого ядра.

Векторный потенциал $\mathbf{A}$ ортогонально может быть разложен только тороидально с одним источником — полеобразующим потенциалом Q . Это связано с тем, что источником $\mathbf{H}_T$ и $\mathbf{H}_P$ является один тороидальный электрический ток. Действительно, если раскрыть в формуле (5) коэффициент при $\mathbf{H}_T$, например, $\nabla \times (\nabla \times \mathbf{H}_T) = \nabla \times \mathbf{J}_T$ [10, формула (10)], то можно убедиться, что источником как $\mathbf{H}_T$, так и $\mathbf{H}_P$ является тороидальный двух-

компонентный электрический ток. Единственный источник требует единственной полеобразующей функции в данном случае функции Q . И тогда уравнения для самогенерации (5) превращаются в тождества, а интерпретационные разложения для экспериментальных данных принимают в своих коэффициентах «прозрачный» и единообразный физический смысл в виде магнитных моментов различных порядков единого электрического тока [1, 7].

Граничные условия для названных полей на границе атмосфера — ионосфера, а также поверхность Земли — атмосфера стандартны:

$$\mathbf{H}_T^1 = \mathbf{H}_T^2 \Big|_{r=R, h=0}, \quad \mathbf{H}_P^1 = \mathbf{H}_P^2 \Big|_{r=R, h=0}. \quad (6)$$

Здесь 1, 2 — разные стороны разделяющих поверхностей, R — радиус Земли, h — расстояние до границы атмосфера — ионосфера. Потому миф о том, что внутри Земли тороидальное магнитное поле может быть сколь угодно большим, но не выходить на поверхность, опровергается названной теоремой о сферическом тороидальном электрическом токе и граничными условиями (6). Поскольку ни поверхность Земли, ни поверхность ионосферы не располагают бесконечно проводящими экранами, которые могли бы «запереть» названные поля внутри их источников.

Эти обстоятельства, кроме прочего, требуют доказать обобщенную теорему Гельмгольца для гидромагнитных полей о восстановлении всего гидромагнитного поля на сфере по данным о нормальной компоненте, заданной на сфере. Такая теорема доказана в [3, 4, 11] при главном условии для гидромагнитных полей $\nabla \times \mathbf{H}_T = \nabla \times \mathbf{H}_P$.

Две вышеназванные теоремы позволили построить методы исследования наблюдаемых в МГГ 1933, 1957—1958 гг. и магнитной съемкой 1964—1965 гг. полей и их интерпретацию. Полная и самодостаточная теория и практика прикладного геомагнетизма на основе интерпретации экспериментальных данных построена в [1]. Разложения наблюдаемых на Земле электромагнитных полей по сфере подробно представлены и исследованы, кроме того, в [7].

Проведённые автором исследования ГПП и его вариаций, кроме прочего, позволили доказать, что в атмосфере Земли (в данных МГГ и в данных всемирной магнитной съёмки) присутствуют несиловые электромагнитные поля $\mathbf{H}_T, \mathbf{E}_P$ и силовые электромагнитные поля $\mathbf{H}_P, \mathbf{E}_T$. Поэтому экспериментально подтверждена теория, излагаемая в [14, 15, 21, 22, 26, 27], о существовании в природе несиловых электромагнитных полей как на Земле, так, очевидно, и в космосе (астрофизике). Источником названных электромагнитных полей являются сферические тороидальные электрические токи, на основе которых методологически объединяются

выше названные электродинамики с небольшой доработкой уравнений Максвелла [5].

Источник ГПП и его спокойных солнечно-субточных вариаций построены путём решения обратных задач восстановления источника по его наблюдаемому на сфере магнитному полю. В силу математической некорректности такой постановки в решение задачи была введена физически точная дополнительная информация, позволившая снять некорректность [2, 5].

Таким образом, в природном геомагнетизме методологически реализуется как электродинамика Максвелла, так и электродинамики Ю. Паркера и Г. Моффата. Возбуждение несиловых и силовых электромагнитных полей в природе осуществляется тороидальными сферическими двухкомпонентными электрическими токами, генерация которых в ионосфере поддерживается ветрами в ионосфере, в зоне F жидкого ядра создается реактивным образом за счёт существования вблизи Земли магнитного поля Солнца, межпланетного магнитного поля, а также за счёт вращения Земли [11].

Непотенциальность наблюдаемого в атмосфере естественного магнитного поля вызвана существующим в атмосфере несиловым тороидальным магнитным полем H_T , причём в силу $H_T \neq H_P$, это несиловое магнитное поле электрического тока в атмосфере не создает, являясь при этом непотенциальным, что фиксируется в эксперименте.

Существование вертикального к поверхности Земли электрического поля короткопериодических вариаций в атмосфере в эксперименте Д.Н. Четаева объясняется существованием несиловой вертикальной компоненты полоидального электрического поля, которое не создает э.д.с. индукции [10], поэтому и не измеряется способом наводки зарядов на вертикальных проводниках. В эксперименте Д.Н. Четаева измерения проводились специально разработанным прибором, датчиком поля в котором служил активно поляризующийся кристалл в электрическом поле.

Что касается возможности динамо — возбуждения ГПП на Земле, то интерпретация наблюдаемых на Земле данных указывает на то, что в пределах Земли несиловое магнитное поле, необходимое для самогенерации ГПП очень мало — всего 3—4 Гс в F слое земного ядра [1]. По оценке [16, с. 166], несиловое тороидальное магнитное поле в 500 раз должно превосходить полоидальное и тогда динамо — возбуждение могло бы вызвать современную напряженность ГПП порядка 0,55 Гс на поверхности Земли. В экспериментальных данных всемир-

ной магнитной съёмки тороидальное несиловое магнитное поле в ГПП составляет по величине 7—10% напряженности (беспотенциальная часть). Поэтому динамо — возбуждение ГПП на Земле вряд ли возможно. Более того, современные теории динамо — возбуждения ГПП для Земли не воспроизводят наблюдаемых данных, что, естественно, исключает их экспериментальную проверку.

Таким образом, методологическое понимание электродинамики наблюдаемых на Земле электромагнитных полей подготовило автора к выводу о том, что электродинамику Максвелла, космическую электродинамику и электродинамику прикладного геомагнетизма объединяет общий для них возбудитель электромагнитных полей — тороидальный сферический двухкомпонентный электрический ток. Он создает одновременно как силовые диффузионные, индуктивные и гидромагнитные полоидальные поля, так и несиловые тороидальное магнитное и полоидальное электрическое поля. Сферичность электрического тока необходима для обхода условий теоремы Т. Кауллинга [13], наложившей запрет на планальные и цилиндрические источники, которые не имеют возможности возбуждать несиловые электромагнитные поля. Этим и объясняются неудачи экспериментов по динамо — возбуждению несиловых магнитных полей в экспериментах на Земле [17]. В то время как природные источники ГПП и его вариаций в силу их сферичности такой возможностью обладают. Поэтому интерпретация данных всемирных съёмок ГПП и вариаций на Земле выявляет несиловые электромагнитные поля, источниками которых являются сферические электрические двухкомпонентные тороидальные токи в ионосфере и в зоне F жидкого ядра. Методологически вероятно предположить, что в космических магнитных полях источником несиловых магнитных полей всё-таки являются сильные тороидальные электрические токи, возникающие на космических объектах. Поэтому Х. Альвен в [21] был ближе к истине, чем Ю. Паркер в [15], когда вводил в оборот возбуждение несиловых магнитных полей в виде турбулентности, конвекции и неравномерного вращения космических объектов.

Чтобы авторские утверждения об электрических токах, как источниках H_T и H_P , получили реальное экспериментальное подтверждение, понадобилась замена потенциальной парадигмы на более общую соленоидальную парадигму при разработке теории и методов интерпретации данных наблюдений электромагнитного поля на Земле [1—10].

ЛИТЕРАТУРА

1. Аксёнов В.В. Электромагнитное поле Земли. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2010. 269 с.
2. Аксёнов В.В. Об источниках главного геомагнитного поля. Ч. 2 // Изв. вузов. Геология и разведка. 2012. № 5. С. 54–60.
3. Аксёнов В.В. Основы геомагнетизма. Новосибирск: Изд-во ИВМиМГ СО РАН, 2012. 133 с.
4. Аксёнов В.В. О некоторых соленоидальных векторных полях в сферических областях // Дифференциальные уравнения. 2012. Т. 48. № 7. С. 1056–1059.
5. Аксёнов В.В. Тороидальные электрические токи спокойных солнечно-суточных вариаций, применяемых в глубинной электроразведке // Изв. вузов. Геология и разведка. 2014. № 2. С. 45–54.
6. Аксёнов В.В. Моделирование тороидальных и полоидальных электромагнитных полей // Математическое моделирование. 2014. Т. 26. № 5. С. 3–24.
7. Аксёнов В.В. Моделирование магнитного поля источников, находящихся в шаре и вне его // Математическое моделирование. 2015. Т. 27. № 8. С. 111–126.
8. Аксёнов В.В. Тороидальное разложение векторного потенциала магнитного поля и его приложения // Вестник МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2015. № 6. С. 128–134.
9. Аксёнов В.В. Электродинамика наблюдаемого на Земле естественного электромагнитного поля // Изв. вузов. Геология и разведка. 2016. № 2. С. 50–60.
10. Аксёнов В.В. Несиловые и силовые электромагнитные поля // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 3. С. 3–10.
11. Аксёнов В.В. Несиловые и силовые электромагнитные поля в теории и приложениях. Сборник опубликованных авторских статей (23 ед.) // [Электронный ресурс]. <http://icmmg.nsc.ru> ИВМиМГ — дата обращения 21.10.2016.
12. Бенькова Н.П. Спокойные солнечно-суточные вариации земного магнетизма. М.—Л.: Гидрометеиздат. 1941. 79 с.
13. Кауллинг Т. Магнитная электродинамика. М.: Атомиздат. 1978. 96 с.
14. Моффат Г. Возбуждение магнитного поля в проводящей среде. М.: Мир, 1980. 339 с.
15. Паркер Ю. Космические магнитные поля. В двух томах. М.: Мир. 1982. 1080 с.
16. Паркинсон У.Д. Введение в геомагнетизм. М.: Мир, 1986. 527 с.
17. Соколов Д.Д., Степанов Р.А., Фрик П.Г. Динамо на пути от астрофизических моделей к лабораторному эксперименту // УФН. 2014. Т. 184. № 3. С. 313–335.
18. Четаев Д.Н. О структуре поля короткопериодической геомагнитной вариации и магнитотеллурическом зондировании // Физика Земли. 1970. № 2. С. 52–55.
19. Яновский Б.М. Земной магнетизм. М.: ГИТТЛ. 1953. 591 с.
20. Яновский Б.М. Земной магнетизм. Часть 1, 2. Л.: ГИТТЛ. 1978. 591 с.
21. Alfven H. Cosmically Electrodynamics. Oxford: University Press, 1950. 240 p.
22. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and Hydro magnetic Stability. Oxford: Oxford University Press. 1961.
23. Gauss K.F. Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus // Werke. 1838–1839. Т. 5. S. 119.
24. Gauss K.F. Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die in verkehrten verhältnisse des Quadrats der Entfernung Wirkenden Anziehung und Abstossungskräfte // Werke. 1939–1940. Т. 4. S. 195.
25. Larmor J. How could rotating body such as the Sun become a magnet // Rep. Brit. Assoc. SCL. 1919. P. 60–159.
26. Radler K.-H. On the electrodynamics of turbulent fluids under the influence of Coriolis forces // Monads. Dt. Acad. Wiss. 1969. P. 194–201.
27. Steenbeck M., Krause F. On the dynamo theory of stellar and planetary magnetic field I.A.C. dynamos of solar type // Astron Nachr. 1969. P. 49–84.
28. Van Vleuten A. Over de dagelijksche Variatie van het Ardmagnetism — Utrecht: Koninklijk Ned. Meteor. Instit. 1917. P. 25–30.