ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ
ГЕОЛОГИЯ И РАЗВЕДКА
2016, № 3

ДИСКУССИИ

УДК 550.37

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЕДВЕСТНИКОВ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ФИЗИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

В.В. АКСЁНОВ

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН
630090, Россия, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 6, ИВМиМГ СО РАН; e-mail: Aksenov@omzg.sscc.ru

Исследована одна из возможных связей напряжений в очаге землетрясений с физическими полями, отраженными в уравнениях теплоэлектромагнитоупругости, записанных в упругих параметрах Работнова—Ломакина и измеряемых на Земле, с целью поиска в них предвестников землетрясений. Статья имеет теоретическую направленность. Ее основная цель исследовать физико-математические возможности в деле поиска краткосрочных предвестников землетрясений, вероятно, содержащихся в измеряемых на Земле физических полях: сейсмическом, тепловом, электромагнитном, гравитационном.

Ключевые слова: землетрясения; предвестники землетрясений; физические поля.

MATHEMATICAL MODELING OF EARTHQUAKE PRECURSORS OCCURRING IN PHYSICAL FIELDS

V.V. AKSENOV

The Institute of Computational Mathematics and Mathematical Geophysics
of the Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences
630090, Russia, Novosibirsk, Lavrentev str. 6,e-mail: Aksenov@omzg.sscc.ru

One of possible relations of stresses in earthquakes centers with physical fields is considered, being expressed in the equations of heat electromagnetic elasticity that are written with the Rabotnov-Lomakin parameters and measurable on the Earth. Such equations are aimed at the search for the earthquake precursors. This paper is of theoretical character. Its main objective is studying the physical-mathematical potential aimed at the search for short-term earthquake precursors that can be presented in physical fields: seismic, thermal, electromagnetic, gravitational, which are measured on the Earth's surface.

Key words: earthquakes; earthquake precursors; physical fields.

Поиск предвестников землетрясений в хорошо изученных физических полях не прекращается многие десятилетия. В специальной и научно-популярной литературе итоги этих поисков обсуждались многократно. Однако за последние годы накопился определенный скепсис в деле поиска предвестников в физических полях [13]. С этим можно согласиться только отчасти, так как еще недостаточно изучены электромагнитные и дилатансные предвестники, вероятно, возникающие на поверхности Земли до наступления разрушающего события. Возможности появления предвестников необходимо тщательно исследовать, тем более что в работах [1, 2] одна из них продемонстрирована с помощью известной ранее системы уравнений теплоэлектромагнитоупругости. В этих работах утверждается, что до момента наступления события изменения в напряженном состоянии очага отражаются только в несиловом электрическом поле, так как все другие физические поля — температурное поле, сейсмические проявления и звук, магнитное и гравитационное поля — возникают при наличии перемещений горных пород в очаге. Следовательно тогда, когда подвижка пород в очаге уже произошла и её проявление на поверхности Земли в виде землетрясения произойдет в ту же секунду. Это фиксируется в уравнениях теплоэлектромагнитоупругости. К сожалению более общих уравнений пока не разработано. Естественно, задача состоит в том, чтобы чуть раньше узнать об этой возможной подвижке и принять меры до появления разрушающей волны на поверхности Земли. Эта во многом идеальная постановка проблемы востребована обществом, поэтому необходим адекватный ответ, найти который пытались и пытаются многие поколения учёных и практиков. Есть и положительные примеры [8, 14].

За последнее время в этой области науки высказано несколько догадок. Среди которых самая радикальная утверждает, что каждое землетрясение уникально и происходит в своих специфических условиях, обязанных среде, в которой зарождается очаг землетрясения, и игре напряжений, причины которых могут быть самыми разнообразными [5]. Похоже, что спусковой механизм событий также уникален и каждый раз свой, характерный только для произошедшего в данное время и в данном месте землетрясения.

Сложным вопросом также является выявление причин, в том числе глобальных, возникновения землетрясений. По нашему мнению, причины возникновения землетрясений состоят в следующем [1]. Физико-химические и фазовые процессы с разной интенсивностью происходят под всей поверхностью Земли, с глубин от 5 и до 700 км (судя по глубинам залегания очагов землетрясений). Это приводит к ослаблению и затем нарушению жесткости внутреннего скелета глубинного вещества Земли, появляются микротрещины, которые под воздействием давления создают поля трещиноватости, которые затем концентрируются на короткое время в глобальный разрыв, а он вызывает землетрясение [1, 5].

С этой точки зрения землетрясение может произойти в любой точке планеты Земля. Кроме того, на Земле имеются области, где наиболее часты землетрясения. Поэтому исследования сосредоточены на изучении сейсмичности таких областей, в которых в том числе возможно появление сильных землетрясений. Локализацией таких областей сейсмология занимается длительное время. Столь же длительное время исследуются очаги землетрясений, модели которых изучаются теоретически путем компьютерного моделирования, а также на геофизических полигонах, расположенных в сейсмоопасных районах. Подробный обзор достижений в этой области дан в [10].

Аналитическое моделирование физических процессов в очаге

Естественно, что при моделировании физических процессов в очаге желательно привлечь к исследованию самые общие уравнения для описания его состояния. Так и происходит при математическом моделировании поведения очага [1, 2, 8]. При этом свойства среды очага входят в уравнения в виде феноменологических параметров Ламе и . Однако эти параметры столь сильно усреднены, что невозможно с их помощью увидеть главные микрофизические свойства пород очага. Наиболее важным для прогноза процесса разрушения свойством пород очага, как нам представляется, является их возможная микротрещиноватость, а также наличие в них зёрен и пор, способствующих развитию процесса трещинообразования. Поэтому, с нашей точки зрения, для описания состояния очага его среду лучше всего моделировать не параметрами Ламе, а параметрами Работнова—Ломакина [9]. Параметры Работнова—Ломакина задают разномодульную среду, в которой по определению из-за наличия трещин, зёрен и пор модуль упругости при растяжении и сжатии разный. В геофизике к такому описанию горных пород впервые обратились авторы из [7]. Они проанализировали всё ранее полученные результаты такого описания трещиноватых сред и пришли к выводу о приемлемости описания параметров горных пород с трещинами, включениями и порами следующим образом:

$$\bar{\ } \quad \nu^{\ 1}, \quad \bar{\ } \quad \nu. \qquad (1)$$

Параметр трещиноватости в (1) можно определить двумя способами:

1) $\bar{\ }/\bar{\ }_0; \ \bar{\ } \ \frac{1}{3}\ _{ii}; \ \bar{\ }_0 \ \ \frac{3}{2} S_{ij} \ S_{ji} \ ^{1/2};$

где $S_{ij} \quad _{ij} \ \frac{1}{3} \ _{kk} \ _{ij}$ — девиатор напряжений.

2) $\frac{I_1}{\sqrt{I_2}}; \ I_1 \ \ U_{ii}$ — первый инвариант тензора деформаций,

$I_2 \ \ \frac{1}{2}(U_{ij} \ \ U_{ji})^{\ 2}$ — второй инвариант тензора деформаций,

U_{ij} и U_{ji} — компоненты тензора деформаций, ν — модуль упругости.

В этой постановке тензор напряжений Гука-Дюамеля-Неймана в трещиноватой среде очага можно записать следующим образом:

$$_{ij} \ \ 2\bar{\ }U_{ji} \quad _{ij}(\bar{\ }\, U_{kk} \ \ \nu\sqrt{I_2} \ \ (3\bar{\ } \ \ 2\bar{\ }) \ \ (T \ \ T_0)). \ (2)$$

А уравнения теплоэлектромагнитоупругости в очаге (систему уравнений очага землетрясения) — соответственно:

$$\rho\frac{\partial^2 \boldsymbol{U}}{\partial t^2} = \boldsymbol{e}\cdot Div\sigma_{ij} - (3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha\, gradT + [\sigma\,\boldsymbol{E}\times\mu_e\boldsymbol{H}] - \rho\,\boldsymbol{g} - \boldsymbol{F}_c,$$

$$\sigma\mu_e\frac{\partial \boldsymbol{H}}{\partial t} = \Delta\boldsymbol{H} + \sigma\mu_e(\boldsymbol{H}grad)\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} - \sigma\mu_e(\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}grad)\boldsymbol{H} - \sigma\mu_e\boldsymbol{H}div\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t}, \quad (3)$$

$$C_V\rho\frac{\partial T}{\partial t} = \chi\Delta T - (3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha T_0 div\frac{\partial \boldsymbol{U}}{\partial t} + \rho Q.$$

Параметры очага:
$\boldsymbol{U}$ — вектор смещений (перемещений), $\boldsymbol{e}$ — единичный вектор, направленный вдоль максимального напряжения, $\boldsymbol{H}$ — вектор напряжённости магнитного поля, $\boldsymbol{E}$ — вектор напряжённости электрического поля, $\boldsymbol{T}$ — температура, $\boldsymbol{g}$ — вектор ускорения, — удельная проводимость среды в очаге, $_e$ — магнитная проницаемость среды в очаге, $\bar{}$, $\bar{}$ — коэффициенты Работнова—Ломакина, v — модуль упругости, — плотность среды в очаге, $_{ij}$ — тензор напряжений, $(3\bar{}\quad 2\bar{})/3$ — модуль всестороннего сжатия, приведённый к трещиноватости среды очага, 3 — коэффициент объёмного расширения, — коэффициент теплопроводности, C_V — теплоёмкость при постоянном объёме, T_0 — начальная температура в очаге, $\boldsymbol{F}_c$ — вектор дополнительных объемных сил (в частности приливные силы и силы, возникающие в связи с фазовыми превращениями в горных породах очага, или силы сцепления скелета горных пород в очаге), Q — дополнительное тепло, U_{ij} — тензор деформаций, $I_1 \quad U_{ii} \quad \frac{U_i}{i}$ — первый инвариант тензора деформаций, $I_2 \quad \frac{1}{2} \quad \frac{U_i}{j} \quad \frac{U_j}{i} \quad ^2$ — второй инвариант тензора деформаций, $_{ij}$ — единичный тензор.

Система уравнений (3) описывает связанные эффекты в электротеплопроводных деформируемых телах (в нашем случае это объёмы в очаговой зоне землетрясений). В этих объёмах токи смещения малы, объёмный заряд незначителен, джоулевы тепловыделения малы. Система составлена на основе фундаментальных законов сохранения и термодинамических неравенств.

Основной проблемой, обозначенной в названии статьи, является поиск предвестников землетрясений среди хорошо изученных и измеряемых на местности физических полей. В связи с этим в уравнение баланса сил вводятся силы температурного расширения (сжатия) среды под воздействием дополнительного тепла, силы Лоренца и гравитации, а также «сила сцепления скелета» и сила инерции объёма пород в очаге. Введение в уравнение движения фактически прочностной силы (силы сцепления скелета) оправдано, с нашей точки зрения, той причиной, что нами изучается состояние сил и напряжений в очаге до появления движений (сдвига) в очаге, приводящих к возникновению ударной волны, вызывающей затем землетрясение. Уравнение баланса сил и напряжений записано для элементарного объёма очага, равного 1 м^3. Полный объём очага, который может быть достаточно большим, входит как в левую, так и в правую части уравнений (3), поэтому легко нормируется к единице. Физически это означает, что здесь допускается, что баланс сил достигается при равных условиях как для всего очага, так и для его элементарного объёма (*предполагается фрактальность пород очага*). Поэтому моделированию подвергаются физические процессы в элементарном объёме очага, что существенно упрощает математическую сторону задачи.

Для описания баланса температур независимо вводится уравнение теплопроводности в сжимаемой разномодульной среде элементарного объёма очага. Для описания магнитного поля вводится уравнение индукции в сжимаемой среде. Тем самым для моделирования физических полей, имеющих место в разномодульной среде очага, записываются уравнения (3), которые являются аналогичными уравнениям теплоэлектромагнитоупругости.

Граничные условия на свободной дневной поверхности Земли для системы (3) имеют традиционный вид:

$$\boldsymbol{H}_1 = \boldsymbol{H}_2|_S; \quad {}_{ij}|_S = 0; \ \boldsymbol{E}_S^1 \quad \boldsymbol{E}_S^2; \ E_n^1 \quad \frac{}{0} E_n^2|_S; \qquad (4)$$
$$\boldsymbol{U}_1 = \boldsymbol{U}_2|_S; \ T_1 = T_2|_S.$$

Здесь нижние индексы: 1 — воздух, 2 — Земля, S — поверхность Земли, n — нормаль к поверхности Земли, $_0$ — удельная проводимость воздуха, — удельная проводимость Земли.

Предлагается моделировать предвестники землетрясений в физических полях в том смысле, который бы отвечал на вопрос: в каких физических полях могут существовать краткосрочные или среднесрочные предвестники землетрясений. Ясно, что прямым источником информации об этом может выступить тензор напряжений Гука—Дюамеля—Неймана, приведённый к физическим параметрам трещиноватой среды (2) и уравнения теплоэлектромагнитоупругости (3), записанным в феноменологических параметрах Работнова—Ломакина.

Начальные данные при этом заданы следующим образом: поля T, $\boldsymbol{H}$, $\boldsymbol{E}$ в некоторый момент времени t (принимаемый за $t = 0$) известны во всем пространстве и равны T_0, $\boldsymbol{H}_0$, $\boldsymbol{E}_0$.

Землетрясение происходит тогда, когда накапливающиеся напряжения в одном из районов земной коры превосходят пороговое значение Y, за которым наступает разрушение скелета, межзерновых и межпоровых пространств в веществе очага. Возникают микротрещины, которые затем концентрируются в глобальный разрыв. Разрыв вызывает землетрясение.

Граничные условия (4) указывают на то, что дневная поверхность ведёт себя как мощный усилитель вертикально направленного электрического поля с коэффициентом усиления $\ /_{\ 0}$ за счёт огромной разницы проводимостей $\ _{0}$. Поэтому особое внимание необходимо сконцентрировать на этой компоненте электрического поля.

Если представить себе, что в очаге отсутствуют все другие силы, кроме гравитационных, то из первого уравнения (3) следует, что:

$$\boldsymbol{e} \;\; Div \;\; _{ij} \quad \boldsymbol{g} \quad 0. \tag{5}$$

Из этого уравнения легко получить уравнение равновесия для разномодульной среды. Его можно привести к стандартному виду:

$$\boldsymbol{g} \quad \bar{\ } \;\; \boldsymbol{U} + (\bar{\ } + \bar{\ })graddiv\boldsymbol{U}. \tag{6}$$

Если в очаге есть лишь силы инерции и силы напряжения, то из первого уравнения (3) можно получить уравнение движения в разномодульной среде:

$$\frac{\ ^2\tilde{\boldsymbol{U}}}{\ t^2} \quad \bar{\ } \;\; \tilde{\boldsymbol{U}} + (\bar{\ } + \bar{\ })graddiv\tilde{\boldsymbol{U}}. \tag{7}$$

Если считать деформации малыми, то рассматриваемые в теории упругости движения представляют собой малые упругие колебания и волны. Применяя стандартные преобразования к (7), можно получить уравнения для продольных и поперечных колебаний (волн) в разномодульной среде:

$$\frac{\ ^2\tilde{\boldsymbol{U}}_l}{\ t^2} \quad c_l^2 \quad \tilde{\boldsymbol{U}}_l \quad 0, \qquad \frac{\ ^2\tilde{\boldsymbol{U}}_t}{\ t^2} \quad c_t \quad \tilde{\boldsymbol{U}}_t \quad 0. \tag{8}$$

Здесь $c_l \quad ((\bar{\ } \quad 2\bar{\ })/\ )^{1/2}$ — скорость продольной волны, $c_t \quad (\bar{\ }/\ )^{1/2}$ — скорость поперечной волны.

Волновые свойства окружающей очаг среды, естественно, проявляются в момент возникновения удара (разрыва) при землетрясении, а волны наблюдаются на поверхности Земли сейсмологическими станциями на достаточно больших расстояниях от очага. В настоящее время изучению сейсмичности сейсмоопасных районов занимаются многие институты и организации. Однако получить достаточно уверенно работающий предвестник этими методами не удается. С нашей точки зрения это связано с тем, что сейсмичность вблизи очага или в нём самом проявляется в момент события, т. е. с появлением перемещений в среде очага. Форшоки, иногда предшествующие землетрясению, и афтершоки, появляющиеся после сильного удара, сами по себе являются такими же событиями, сопровождающимися перемещениями, в то время как необходимо знать напряжённое состояние очага накануне события и сколь далеко оно от критического, приводящего к землетрясению. Из-за того, что на свободной поверхности Земли вертикальное напряжение обнуляется, измерить его на этой поверхности не удается. Чтобы выяснить, в каких физических полях измеряемые величины были бы напрямую связаны с тензором напряжений в очаге, необходимо сделать оценки этих связей, используя уравнения (3). Для этого следует воспользоваться упрощенными соотношениями (3) и (4) из [1], но записанными с использованием феноменологических параметров Работнова—Ломакина в представлении (1).

$$\begin{aligned}
&\frac{4\pi^2\rho}{t^2}\boldsymbol{U} = \frac{\boldsymbol{e}}{L}\left|\sigma_{ij}\right| - \frac{(3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha T}{L}\boldsymbol{e} + [\sigma\boldsymbol{E} \times \mu_e\boldsymbol{H}] - \rho\boldsymbol{g} - \boldsymbol{F}_C,\\
&\frac{2\pi\sigma\mu_e}{t}\boldsymbol{H} = \frac{\boldsymbol{H}}{L^2} + \frac{2\pi\sigma\mu_e\left|\boldsymbol{H}\right|}{Lt}\boldsymbol{U} - \frac{2\pi\sigma\mu_e\left|\boldsymbol{U}\right|}{Lt}\boldsymbol{H} + \frac{2\pi\left|\boldsymbol{U}\right|}{Lt}\boldsymbol{H},\\
&\frac{C_V 2\pi\rho}{t}T = \frac{\chi}{L^2}T - \frac{2\pi(3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha T_0\left|\boldsymbol{U}\right|}{Lt} + \rho Q.
\end{aligned} \tag{9}$$

К уравнениям (9) следует добавить еще выражение для тензора напряжений (2). Упрощённая система уравнений (9) позволяет записать зависимости сейсмических, тепловых, электрических и магнитных полей от модулей перемещений. Из уравнения равновесия можно записать равенство для вектора перемещений в упругом варианте для трещиноватой среды:

$$\boldsymbol{U} = -\left(\frac{L^2}{\bar{\mu}}\rho\boldsymbol{g} + \frac{\bar{\lambda} + \bar{\mu}}{\bar{\mu}}\left|\boldsymbol{U}\right|\boldsymbol{e}\right). \tag{10}$$

Формула (10) указывает на то, что при отсутствии перемещений в очаге $|\boldsymbol{U}| = 0$, сейсмическое поле не содержит информации о поведении тензора напряжений, поэтому не будет содержать в себе предвестников землетрясений. Только поэтому многочисленные сейсмические станции, разбросанные по всему миру, фиксируют свершившиеся события при $|\boldsymbol{U}| \quad 0$ в очаге, не сообщая при этом о подготовке землетрясения.

Из уравнения для температуры есть возможность найти зависимость теплового поля от дополнительного тепла и модуля вектора перемещений в неупругом варианте для трещиноватой среды:

$$T = \frac{L^2\rho t Q - 2\pi(3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha T_0 L\left|\boldsymbol{U}\right|}{C_V 2\pi\rho L^2 - \chi t}. \tag{11}$$

Анализируя выражение (11), в рамках нашего приближения можно сделать ряд важных выводов. Во-первых, температурное поле не зависит от напряжений. Поэтому при отсутствии перемещений ($|\boldsymbol{U}| = 0$) и дополнительного тепла Q оно не будет отличаться от первоначальной температуры T_0. Во-вторых, и это самое главное, температурные предвестники, в связи с изложенным выше, маловероятны, так как температурное поле T не зависит от напряжений $_{ij}$.

Если считать, что температурное поле очага в среднем остаётся постоянным до наступления движений, т. е. самого землетрясения, то из первого уравнения (3) можно получить по существу единственный предвестник, а именно электромагнитное поле:

$$\left[(\rho\frac{\partial^2 \boldsymbol{U}}{\partial t^2}+\rho\boldsymbol{g}+\boldsymbol{F}_C)-\boldsymbol{e}Div\sigma_{ij}\right]=\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{H}\sigma\mu_e\sin\zeta. \quad (12)$$

З

десь — угол между векторами электрического и магнитного полей. Электромагнитное поле, согласно (12), как раз и должно содержать в себе информацию об изменении в напряженном состоянии очага, зафиксированного в левой части уравнения (12). Когда быстро нарастающие изменения, представленные в (12) напряжением $\boldsymbol{F}_n=\boldsymbol{e}\cdot Div\sigma_{ij}$, сравняются и превзойдут сумму сил инерции, гравитации и силу сцепления скелета горных пород, произойдет землетрясение.

Второе уравнение из (9) для магнитного поля при $|\boldsymbol{U}|=0$ даёт следующее выражение:

$$\boldsymbol{H}=\frac{2\pi\sigma\mu_e L|\boldsymbol{H}|}{(2\pi\sigma\mu_e L^2-t)}\boldsymbol{U}. \quad (13)$$

Размерность магнитного поля в формуле (13) дана в А/м. Из (13) следует, что изменения магнитного поля, находясь на некотором уровне $|\boldsymbol{H}|$, например, на уровне, совпадающем с напряженностью Главного геомагнитного поля (ГГП), зависят прямо пропорционально от перемещений. Подставляя (10) в (13), получим:

$$\boldsymbol{H}=-\frac{2\pi\sigma\mu_e|\boldsymbol{H}|}{(2\pi\sigma\mu_e L^2-t)}\left(\frac{L^2}{\bar{\mu}}\rho\boldsymbol{g}+\frac{\bar{\lambda}+\bar{\mu}}{\bar{\mu}}|\boldsymbol{U}|\boldsymbol{e}\right). \quad (14)$$

Формула (14) позволяет утверждать, что при отсутствии перемещений изменения магнитного поля находятся на некотором постоянном уровне

$$\boldsymbol{H}=-\frac{2\pi\sigma\mu_e L^3|\boldsymbol{H}|}{(2\pi\sigma\mu_e L^2-t)\bar{\mu}}\rho\boldsymbol{g}, \quad (15)$$

поэтому не могут быть предвестником землетрясений, так как не содержат изменяющегося во времени и пространстве тензора напряжений, а могут появляться только при возникновении перемещений.

Согласно граничным условиям (4), наиболее интересной является нормальная к поверхности Земли компонента электрического поля E_z, которая резко усиливается в воздухе за счёт большой разницы проводимостей Земли и воздуха $_0$ ($_0$). Опуская промежуточные выкладки, выпишем зависимость E_z от параметров Земли и тензора напряжений в очаге [1]:

$$E_z=\gamma\frac{1}{\rho g_z}|\sigma_{xy}|+\delta, \quad (16)$$

где

$$\gamma=-\frac{\bar{\mu}(2\pi L-\frac{t}{L\sigma\mu_e})}{2\pi\sigma\mu_e L^3|\boldsymbol{H}|\sin\zeta},\quad \delta=\frac{\bar{\mu}(2\pi L-\frac{t}{L\sigma\mu_e})}{2\pi\sigma\mu_e L^2|\boldsymbol{H}|\sin\zeta}.$$

Здесь — угол между векторами $\boldsymbol{E}$ и $\boldsymbol{H}$. Размерность E_z в (16) дана в В/м. Если считать, что горные породы в районе очага пористы и заполнены проводящим флюидом, что бывает при мелкофокусных заложениях очага землетрясения, то удельная проводимость в них может быть в первом приближении оценена законом Арчи $a\ _1 d_0{}^m$, где a — постоянная, $_1$ — удельная проводимость флюида, d_0 — пористость, m — индекс консолидации (для горных пород он оценивается значениями $m = 1, 3; 3$). В этом случае коэффициенты и могут быть приближённо записаны непосредственно через пористость пород в районе очага. Таким образом, для пористых пород можно записать:

$$\gamma\approx-\frac{\bar{\mu}td_0^{2m}}{a^2\sigma_1^2 2\pi L^4\mu_e^2|\boldsymbol{H}|\sin\zeta},$$
$$\delta\approx-\frac{\bar{\mu}td_0^{2m}}{2\pi a^2\sigma_1^2\mu_e^2 L^3|\boldsymbol{H}|\sin\zeta}. \quad (17)$$

Зависимость в (17) степенная, с достаточно высокой степенью влияния пористости, которую можно изучать, опираясь на изменения электрического поля в районе очага.

Анализ формулы (16) показывает, что вертикальная компонента электрического поля явно и линейно зависит от модуля тензора напряжений $|\ _{xy}|$. Естественно, что с ростом модуля напряжений она будет расти и усиливаться в воздухе на порядки, задаваемые коэффициентом усиления $/\ _0$. Поэтому рост E_z становится предвестником будущего события. Однако из упрощенной системы, к сожалению, нельзя найти те пороговые значения E_z, при которых наступает разгрузка, т. е. само землетрясение. Тем не менее, изучая формулу (16) в совокупности с формулой для напряжений $_{ij}$ из (2), можно этот порог найти, оценив, при каком энерговыделении происходит разгрузка. Более того, по измеренным в заданном районе электрическим компонентам E_x, E_y, E_z можно оценить тензор напряжений, используя его прямую связь с этими компонентами. Это дает надежду на решение задачи, об оценке напряжений в Земле по измеренному на её поверхности физическому электрическому полю. До сих пор эта задача считалась неразрешимой из-за обнуления на поверхности Земли тензора напряжений (4) [6]. Спад электрического поля в момент события позволит оценить предельно допустимые напряжения для заданного сейсмоопасного района. Две другие компоненты электрического поля при отсутствующих перемещениях $|U| = 0$, дополнительного тепла $Q = 0$, температуры $T = 0$ и дополнительных сил F_C можно найти аналогично (16).

$$E_x = \gamma \frac{1}{\rho g_x} \left|\sigma_{xy}\right| + \delta, \quad E_y = \gamma \frac{1}{\rho g_y} \left|\sigma_{xy}\right| + \delta. \tag{18}$$

Здесь и из (16) или из (17).

Согласно граничным условиям (4), касательные электрические компоненты непрерывны, поэтому в воздухе их напряжённость не будет отличаться от напряжённости этих компонент в Земле, пришедших от очага и претерпевших на пути, кроме геометрического затухания, еще и влияние различных помех. Поэтому проблема измерения электрических полей и их селекция весьма сложная. Следует заметить, что, согласно работе [4], вертикальная компонента E_z может быть только потенциальной, так как её индукционная часть компенсируется зарядами на поверхности Земли. Поэтому её измерение возможно поляриметром («вертушкой») [12]. Горизонтальные компоненты E_x и E_y имеют как потенциальную, так и индукционную (теллурическую) части, соотношения между которыми и способы измерения необходимо исследовать в дальнейшем. Тем не менее их зависимость от тензора напряжений и его изменений во времени делает задачу измерения электрического поля на поверхности Земли и выделение в нём части, зависящей только от напряжений в очаге, крайне заманчивой и сулящей решение крупнейшей проблемы современной геофизики, связанной с краткосрочным предсказанием наступления землетрясения. Электрическое поле, в особенности его вертикальная компонента, точнее резкие изменения в ней, могут служить краткосрочным предвестником, заметить который из-за усиления его дневной поверхностью Земли вполне возможно.

Численное моделирование напряжений в очаге

Чтобы смоделировать предвестники землетрясения в разномодульной среде очага путём поиска отклика в электрическом поле на поверхности Земли, необходимо научиться моделировать напряжения в очаге

$$F_n \quad e \; Div \quad {}_{ij} \tag{19}$$

в зависимости от модуля трещиноватости . Поведение напряжения определяет уровень электрических сигналов за счёт перераспределения зарядов, возникающих на бортах микротрещин в разномодульной среде. Исходя из определения дивергенции тензора второго ранга, можно записать:

$$F_{ni} = \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}. \tag{20}$$

В декартовой системе координат запишем:

$$\begin{gathered} F_{nx} = \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}, \quad F_{ny} = \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial z}, \\ F_{nz} = \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z}. \end{gathered} \tag{21}$$

Необходимо выразить компоненты тензора напряжений через компоненты тензора деформаций в предположении его симметричности относительно индексов $U_{ij} = U_{ji}$. Принимая во внимание конструкцию тензора напряжений, представленную в (2), после несложных преобразований получим:

$$\begin{gathered} \sigma_{xx} = (2\bar{\mu} - 2\xi + \bar{\lambda})U_{xx} + \bar{\lambda}(U_{yy} + U_{zz}) + (3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha(T - T_0), \\ \sigma_{yy} = (2\bar{\mu} - 2\xi + \bar{\lambda})U_{yy} + \bar{\lambda}(U_{xx} + U_{zz}) + (3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha(T - T_0), \\ \sigma_{zz} = (2\bar{\mu} - 2\xi + \bar{\lambda})U_{zz} + \bar{\lambda}(U_{xx} + U_{yy}) + (3\bar{\lambda} + 2\bar{\mu})\alpha(T - T_0), \\ \sigma_{xz} = (2\bar{\mu}U_{xz} - \nu U_{xx}), \; \sigma_{xy} = (2\bar{\mu}U_{xy} - \nu U_{xx}), \\ \sigma_{yz} = (2\bar{\mu}U_{yz} - \nu U_{yy}). \end{gathered} \tag{22}$$

Теперь подставим (22) в (21) и после несложных преобразований получим окончательные формулы для вычисления компонент напряжений в элементарном объёме очага землетрясения:

$$\begin{aligned} F_{nx} &= 2\bar{\mu}\left(\frac{\partial U_{xx}}{\partial x} + \alpha\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial U_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial U_{xz}}{\partial z}\right) + \\ &+ \bar{\lambda}\left(\frac{\partial U_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial U_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial U_{zz}}{\partial x} + 3\alpha\frac{\partial T}{\partial x}\right) - \xi\left(2\frac{\partial U_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial U_{xx}}{\partial y} + \frac{\partial U_{xx}}{\partial z}\right), \\ F_{ny} &= 2\bar{\mu}\left(\frac{\partial U_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial U_{yy}}{\partial y} + \alpha\frac{\partial T}{\partial y} + \frac{\partial U_{yz}}{\partial z}\right) + \\ &+ \bar{\lambda}\left(\frac{\partial U_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial U_{xx}}{\partial y} + \frac{\partial U_{zz}}{\partial y} + 3\alpha\frac{\partial T}{\partial y}\right) - \xi\left(2\frac{\partial U_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial U_{yy}}{\partial x} + \frac{\partial U_{yy}}{\partial z}\right), \\ F_{nz} &= 2\bar{\mu}\left(\frac{\partial U_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial U_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial U_{zz}}{\partial z} + \alpha\frac{\partial T}{\partial z}\right) + \\ &+ \bar{\lambda}\left(\frac{\partial U_{zz}}{\partial z} + \frac{\partial U_{xx}}{\partial z} + \frac{\partial U}{\partial z} + 3\alpha\frac{\partial T}{\partial z}\right) - \xi\left(\frac{\partial U_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial U_{yy}}{\partial y} + 2\frac{\partial U_{zz}}{\partial z}\right). \end{aligned} \tag{23}$$

Формулы (23) позволяют моделировать компоненты напряжений в элементарных объёмах очага путём моделирования компонент тензора деформаций в них. Синус угла между магнитным и электрическим полями из правой части формулы (12) можно найти следующим образом. Согласно известной формуле из [11], сила Лоренца может быть представлена в виде:

$$\sigma\mu_e \boldsymbol{HE} \sin\zeta = \frac{1}{\mu_e}(\boldsymbol{B} \cdot grad)\boldsymbol{B} - grad\left(\frac{B^2}{2\mu_e}\right). \tag{24}$$

Из формулы (24), имея в виду, что $\boldsymbol{E} \quad \frac{1}{\;} rot\boldsymbol{H}$, находим:

$$\sin\zeta = \frac{\frac{1}{\mu_e}(\boldsymbol{B}\cdot grad)\boldsymbol{B} - grad\frac{B^2}{2\mu_e}}{\mu_e \boldsymbol{H} rot\boldsymbol{H}}. \qquad (25)$$

Теперь формулу (25) можно преобразовать, заменив дифференциальные операторы на их аналоги с использованием размера очага L и выбирая вертикальное направление для магнитного поля:

$$\sin\zeta = \frac{|\boldsymbol{B}|\boldsymbol{H}\frac{1}{L} - \frac{1}{2L}(\boldsymbol{H}\cdot\boldsymbol{B})}{\mu_e \boldsymbol{H}\frac{1}{L}\boldsymbol{H}} = \frac{|\boldsymbol{H}|}{H_z} - 0,5. \qquad (26)$$

Формула (26) позволяет использовать при моделировании любые начальные уровни магнитного поля $|\boldsymbol{H}|$ и любые его текущие состояния, вычисленные по формулам (14) или (15). Таким образом, численному моделированию должна быть подвергнута следующая формула:

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}_n/(\sigma\mu_e\boldsymbol{H}\sin\zeta) = \boldsymbol{F}_n/(\sigma\bar{\mu}\boldsymbol{H}(|\boldsymbol{H}|/H_z - 0,5)). \qquad (27)$$

Размерность электрического поля в (27) дана в В/м. При этом предвестник необходимо искать в вертикальной компоненте электрического поля $E_z^1 \quad E_z^2 \quad / \;_0$. В последней формуле E_z^2 задается выражением (27). В этой формуле еще нужно учесть хотя бы геометрическое затухание, возникающее из-за передвижения поля E_z^2 с глубины очага к поверхности Земли:

$$E_z^1 = E_z^2\frac{\sigma_\tau}{\sigma_0 h^3} = \frac{\sigma_\tau F_{nz}}{\sigma_0\sigma\mu_e H_z(|\boldsymbol{H}|/H_z - 0,5)h^3}. \qquad (28)$$

Здесь h — число, отражающее отношение глубины очага H к линейному размеру элементарного объёма в очаге $l = 1$ м, тогда $h = H/l$. Напряженность магнитного поля H_z в (28) лучше задать на уровне напряженности Главного геомагнитного поля Земли, так как это поле, наверняка, присутствует в очаге независимо от имеющегося напряжённого состояния в нём. Возникающее электрическое поле должно контролироваться разностью:

$$\left|\left(\rho\frac{\partial^2 U_z}{\partial t^2} + \rho g_z + F_C\right) - F_{nz}\right| \le 0. \qquad (29)$$

Электрическое поле должно «обрываться» разностью (29), которая в момент землетрясения должна «обнулиться», так как при землетрясении происходит одномоментный сброс напряжений до некоторого уровня, при котором возникает новый баланс сил и напряжений в очаге. Этот сброс обычно повторяется несколько раз и сопровождается ударами, вызывающими перемещения $\boldsymbol{U}$, от которых (или при которых) поведение электрического поля подчиняется другим законам и уравнениям и может испытывать существенный скачок.

Моделирование электрического поля по формуле (28) не может быть осуществлено без разработки способа моделирования новых параметров $\bar{\;}$ и $\bar{\;}$. В эти параметры входит модуль упругости v, который лучше задать экспертно в широком диапазоне величин с тем, чтобы изучить поведение напряжения $\boldsymbol{F}_n$ и электрического поля E_z^1 в зависимости от него. Кроме того, в $\bar{\;}$ и $\bar{\;}$ входит параметр трещиноватости , моделировать который также необходимо, например, $\quad I_1/\sqrt{I_2}$. Как известно, первый инвариант тензора деформаций I_1 совпадает с диагональным элементом тензора деформаций: $I_1 \quad U_{ii}$. Поэтому при всестороннем сжатии элементарного объёма $U_{ii} \quad P/K$, где P — давление на единицу поверхности элементарного объёма среды, K — модуль сжатия сдвига, а $\sqrt{I_2} \quad U_{ij}$ в изотропной среде. Сложное воздействие на элементарный объём среды можно разложить на всестороннее сжатие и сдвиг:

$$U_{ij} = \frac{1}{9K}\delta_{ij}\sigma_{ll} + \frac{1}{2\mu}(\sigma_{ij} - 1/3\delta_{ij}\sigma_{ll}). \qquad (30)$$

Имея в виду изучаемый элементарный объем очага при всестороннем давлении, величину $\;_{ij}$ можно выразить как $\;_{ij} \quad P \;_{ij}$ а число $\;_{ij}$ 3. В этих предположениях необходимое отношение будет иметь вид

$$U_{ii}/U_{ij} = \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{9\lambda^2 + 12\lambda\mu + 4\mu^2}. \qquad (31)$$

В формуле (31) использовано известное соотношение между модулем сжатия сдвига и параметрами Ламе $K \;(\quad 2/3 \;)$.

Таким образом, для моделирования параметров $\bar{\;}$ и $\bar{\;}$ в первом приближении можно использовать следующие формулы:

$$\bar{\lambda} = \lambda - \nu\frac{9\lambda^2 + 12\lambda\mu + 4\mu^2}{2\mu(3\lambda + 2\mu)},$$
$$\bar{\mu} = \mu - \nu\frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{9\lambda^2 + 12\lambda\mu + 4\mu^2}. \qquad (32)$$

Из (32) следует, что новые параметры сложным образом зависят от классических параметров Ламе и .

Чтобы найти величины электрического поля в разномодульной среде очага, необходимо смоделировать компоненты напряжений в очаге: F_{nx}, F_{ny}, F_{nz}. Для этого предназначены формулы (23), в которых необходимо задать тем или иным способом компоненты тензора деформаций. Одним из самых простых способов *математического* моделирования является представление компонент тензора деформаций одномерными по координатам линейными функциями и квадратичной функцией времени:

$$U_{xx} \approx axt^2, \quad U_{yy} \approx byt^2, \quad U_{zz} \approx czt^2,$$
$$U_{xy} \approx dyt^2, \quad U_{xz} \approx ezt^2, \quad U_{yz} \approx fzt^2. \qquad (33)$$

При этом сделаем следующие допущения:

$$d \approx 0,5a; \quad e \approx 0,5b; \quad f \approx 0,5c. \qquad (34)$$

В этом случае остаются не заданными коэффициенты *a*, *b*, *c*, найти которые можно после экспертной оценки возможных сил F_{nx}, F_{ny}, F_{nz} на начальной стадии накопления напряжений. Предварительно находятся все нужные производные в случае $T = \text{const}$.

Затем записываются компоненты напряжений с использованием формул (23):

$$F_{nx} = (3\bar{\mu} + \bar{\lambda} - 2\nu)at^2 + \bar{\mu}bt^2,$$
$$F_{ny} = -\nu at^2 + (2\bar{\mu} + \bar{\lambda} - \nu)bt^2 + \bar{\mu}ct^2, \qquad (35)$$
$$F_{nz} = -\nu at^2 - \nu bt^2 + (2\bar{\mu} + \bar{\lambda} - 2\nu)ct^2.$$

Чтобы вычислить неизвестные коэффициенты *a*, *b*, *c*, необходимо представить себе начальное состояние очага землетрясения с параметрами $\boldsymbol{F}_n$, ν, t, , экспертно задать их и после этого определить неизвестные коэффициенты *a*, *b*, *c*, а по ним коэффициенты *d*, *e*, *f*.

При выборе для расчета модели среды и геометрии очага лучше всего воспользоваться известным из литературы примером, подвергнутым всестороннему обсчету. Такой пример есть в монографии [8]. Им-то с доработкой и следует воспользоваться, тем более что в связи с ним есть возможность сверить расчеты поля в сплошной среде и разномодульной среде настоящей работы. Параметры верхней мантии Земли в примере таковы:

$$50\ 10^9 \text{Па}, \quad 30\ 10^9, \ \nu \quad 10^9, \ |\boldsymbol{F}_n| \quad 10^6 \text{Па},$$
$$|\boldsymbol{H}| \quad 39,8 \text{ А/м}, \quad /\ _0 \quad 10^3,$$
$$h = 2\ 10^4, \ g_z = 9,8 \text{ м/с}^2, \quad = 2800 \text{ кг/м}^3.$$

Параметры в очаге следующие: $H = 20$ км, $= 0,1$ См/м, $=$ кг/м³.

Начальные параметры вмещающей среды, представленные здесь, позволили вычислить коэффициенты a, *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, необходимые для моделирования напряжений $\boldsymbol{F}_n$ в зависимости от модуля трещиноватости . В табл. 1 приведены их значения.

Таблица 1

$F_{nx}=F_{ny}=F_{nz}=10^6$; $\nu = 10^9$; $= 50\ 10^9$; $= 30\ 10^9$; $t = 10$					
a	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
5,85 10^{-8}	6,81 10^{-8}	9,60 10^{-8}	2,93 10^{-8}	3,40 10^{-8}	4,80 10^{-8}

Чтобы увидеть изменения напряжений в очаге и электрического поля на поверхности Земли в зависимости от модуля трещиноватости в очаге, приведены расчеты этих величин и сведены в таблицу 2.

Таблица 2

10^9	10^{10}	10^{10}	F_{nx}	F_{ny}	F_{nz}	E_z^1
1	4,97	2,97	1,00 10^6	1,02 10^6	1,02 10^6	167,59
10	4,71	2,71	8,22 10^5	8,27 10^5	7,37 10^5	120,62
20	4,43	2,43	6,21 10^5	6,18 10^5	4,19 10^5	68,50
30	4,14	2,14	4,21 10^5	4,08 10^5	1,00 10^5	16,39
40	3,86	1,86	2,20 10^5	1,99 10^5	-2,18 10^5	-35,70
50	3,57	1,57	1,87 10^5	-1,10 10^4	-5,37 10^5	-87,84
60	3,29	1,29	-1,82 10^5	-2,21 10^5	-8,56 10^5	-139,96
70	3,00	1,00	-3,83 10^5	-4,30 10^5	-11,7 10^5	-192,07
80	2,71	0,71	-5,84 10^5	-6,40 10^5	-14,9 10^5	-244,19

Анализ табл. 2 показывает, что напряжения существенно зависят от модуля трещиноватости разномодульной среды, хотя параметры Работнова—Ломакина и не столь сильно реагируют на поведение этого модуля. Напряжения в некоторый момент меняют знак, что указывает на существенное влияние разномодульности. При «сильной» разномодульности всестороннее давление может изменить знак, что повлечет за собой сдвиг. Это предопределяет появление удара за счёт возможного сдвига. Электрическое поле на поверхности Земли E_z^1 при этом также меняет знак, и это может оказаться существенным характерным признаком в поведении электрического поля в зависимости от развития трещиноватости. Величины электрического поля при этом вполне измеримы. Хотя надо признать, что проблема селекции сигнала от землетрясения на фоне других многочисленных источников потенциального электрического поля в атмосфере здесь даже не ставится. Для решения проблемы селекции электрического поля от очага требуется поставить не только теоретические, но и полевые исследования. В монографии [4] приводятся графики наблюдённого на местности электрического поля за несколько часов перед землетрясением. Эти измерения осуществлены и опубликованы турецкими учеными [15] и являются первыми полевыми экспериментами в русле предлагаемых в данной статье идей и оценок электрического поля над очагом реального землетрясения.

Заключение

Моделирование поведения напряжений в очаге землетрясения указывает на то, что изменения в напряженном состоянии очага можно зафиксировать дистанционно с поверхности Земли путем измерения и отслеживания поведения потенциального электрического поля. Это поле при тщательном исследовании (в том числе и на местности) может стать предвестником наступающего землетрясения. Все другие физические поля, измеряемые на Земле: сейсмическое, тепловое, магнитное и гравитационное не содержат в себе предвестников землетрясений, так как реагируют только на произошедшее событие.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев А.С., Аксенов В.В. Об электрическом поле в очаговой зоне землетрясений// Докл. РАН. 2003. №1. Т. 392. С. 106–110.
2. Аксенов В.В. О моделировании и оценке электромагнитных и тепловых полей как предвестников землетрясений// Геофизический журнал.(Киев) 2003. № 3. Т. 25. С. 20–25.
3. Аксенов В.В. О механизме взаимодействия динамических напряжений в очаговой зоне землетрясений с электронной концентрацией F_2-слоя ионосферы// Геофизический журнал. (Киев) 2003. №4. Т. 25. С. 126–129.
4. Аксенов В.В. Электромагнитное поле Земли. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2010. 266 с.
5. Гуфельд И.Л. Возможен ли прогноз сильных коровых землетрясений? // Вестник РАН. 2013. Т. 83. № 3. С. 236–245.
6. Жарков В.Н., Трубицын В.П., Самсоненко Л.В. Физика Земли и планет. Фигуры и внутреннее строение. М.: Наука, 1971. 382 с.
7. Ляховский В.А., Мясников В.П. О поведении упругой среды с микро-нарушениями // Физика Земли. 1984. № 10. С. 71–75.
8. Новик О.Б., Ершов С.В. Электромагнитные и тепловые сигналы из недр Земли (Физика предвестников землетрясений). М.: Изд-во Дом «Круглый год», 2001. 255 с.
9. Работнов Ю.Н., Ломакин Е.В. Соотношения теории упругости для изотропного разномодульного тела// Изв. АН СССР. МТТ. 1978. № 6. С. 29–34.
10. Соболев Г.А., Пономарев А.В. Физика землетрясений и предвестники. М.: Наука, 2003, 270 с.
11. Стреттон Дж.А. Теория электромагнетизма. М.–Л.: ОГИЗ, 1948. 539 с.
12. Четаев Д.Н. Дирекционный анализ магнитотеллурических наблюдений. М.: Изд-во ИФЗ АН СССР, 1985. 256 с.
13. Geller R.J., Jackson D.D., Kagan Y.Y., Mulagria F. Earthquakes Cannot Be Predicted//Science. 1997. 275. P. 1616–1617.
14. Max Wyss Earthquake Hazard, Risk, and Disasters: Why a Book on Earthquake Problems Now? // Academic Press. 2014. P. 23–24.
15. Ustundag B., Ozerden S. Earthquake prediction using a new monopolar electric field probe // European Seismological Congress (ESC2002). Genoa, September, 2002.