

бесперебойная разгрузка мусоровозов у рабочей карты. В находящемся рядом с объектом с. Чемодановка почти отсутствуют здоровые дети, в связи с чем местная средняя школа находится на особом попечительстве государства (бесплатное питание, несколько

медицинских кабинетов, плавательный бассейн, компьютеризация школы проведена раньше компьютеризации всех школ области). Из всего вышеизложенного следует вывод, что Чемодановский полигон необходимо закрыть.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Акимова Т.А., Хаскин В.В. Экология: Учебн. М.: ЮНИТИ, 1999. 455 с.
2. Ветошкин А.Г., Климова А.И., Климов Г.К. К оценке воздействия Чемодановского полигона хранения отходов на окружающую среду территории Пензенской области // Актуальные проблемы гидролитосферы (диагностика, прогноз, управление, оптимизация и автоматизация) // 3-й Национальный научный форум «Нарзан-2015» (23.09—25.09.2015 г., Кисловодск). Сб. докл. Пятигорск: РИА-КМВ, 2015. С. 73—91.
3. Макляк В.Ф., Панасенко Г.П., Хованский А.Д. / Справочник по охране геологической среды. Т. 2. Ростов-на-Дону: Феникс, 1996. 512 с.
4. Методические указания 2.1.7.730-99 «Гигиеническая оценка качества почвы населенных мест» (утв. главным государственным санитарным врачом РФ 7 февраля 1999 г.). URL: [http://www.znaytovar.ru/gost/2/MU\\_21773099\\_Gigienicheskaya\\_oc.html](http://www.znaytovar.ru/gost/2/MU_21773099_Gigienicheskaya_oc.html) — дата обращения 14.01.2015.
5. СанПиН 4266-87 Методические указания по оценке степени опасности загрязнения почвы химическими веществами. URL: <http://meganorm.ru/Index2/1/4293852/4293852444.htm> — дата обращения 14.01.2015.
6. Санитарные правила 2.1.7.1038-01 «Гигиенические требования к устройству и содержанию полигонов для твердых бытовых отходов». Зарегистрировано в Минюсте РФ 26 июня 2001 г. Регистрационный № 2826. URL: [http://ohranat-ruda.ru/ot\\_biblio/normativ/data\\_normativ/9/9069/](http://ohranat-ruda.ru/ot_biblio/normativ/data_normativ/9/9069/) — дата обращения 14.01.2015.

УДК 28,50, 519.876.5

## ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ГЕОФИЛЬТРАЦИИ И ГЕОМИГРАЦИИ НА МЕСТОРОЖДЕНИЯХ МИНЕРАЛЬНЫХ ВОД IV ГРУППЫ СЛОЖНОСТИ (КИСЛОВОДСКОЕ МЕСТОРОЖДЕНИЕ)

*A.V. МАЛКОВ, И.С. ПОМЕЛЯЙКО, В.Ф. ДУБОГРЕЙ, В.В. ХМЕЛЬ*

*ООО «Нарзан-гидроресурсы»  
357700, Россия, г. Кисловодск, ул. Кирова, д. 43, e-mail: irinapomelyayko@rambler.ru*

Рассмотрена проблема построения математической модели Кисловодского месторождения минеральных вод. Гидродинамический и гидрохимический режимы водоносных горизонтов характеризуются высокой динамичностью и зависят как от природных, так и техногенных факторов. Математическая модель месторождения описывается уравнениями в частных производных, отражающими плоско-пространственный процесс фильтрации и массопереноса. Исходя из особенностей геолого-гидрогеологического строения, приводится трехслойная плоско-пространственная модель геофильтрации, включающая верхний — напорно-безнапорный верхневаланжинский водоносный подгоризонт, и два напорных: нижневаланжинский подгоризонт и титонский горизонт. Ёмкостные и фильтрационные свойства водоносных горизонтов определялись по результатам опытно-фильтрационных работ. Приведены результаты моделирования и со-поставление с динамическими уровнями в наблюдательных скважинах.

Ключевые слова: математическая модель; гидрогеологические параметры; месторождение минеральных вод; верификация.

## APPLICATION OF THE MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESSES OF GEOFILTRATION AND GEOMIGRATION AT THE DEPOSITS OF MINERAL WATERS OF IV GROUP OF COMPLEXITY (KISLOVODSK DEPOSITS OF MINERAL WATERS)

*A.V. MALKOV, I.S. POMELYAYKO, V.F. DUBOGRAY, V.V. KHMEL*

*Limited Liability Company «Narzan-hydroresources»  
357700, Russia, Kislovodsk, Kirov Street, 43, e-mail: irinapomelyayko@rambler.ru*

The important issue of constructing a mathematical model of the Kislovodsk mineral water deposit is considered. The hydrodynamic and hydrogeochemical regimes of the aquifers are characterized by highly dynamics, and depend both on the natural and technogenic factors. A mathematical model of the deposit is described by partial differential equations, reflecting flat-spatial filtering process and mass transfer. On the basis of geological and hydrogeological

characteristics of the structure, a three-layer flat-spatial model of geofiltration is proposed, including top layer of pressure-gravity aquifer of Upper Valanginian subhorizon and two pressure ones: Lower Valanginian subhorizon and Tithonian horizon. The capacity and filtration properties of the aquifers have been determined by the results of experimental-filtration works. The results of the modeling and comparison with the dynamic levels in the observational wells are shown.

**Key words:** mathematical model; filtration reservoir parameters; mineral waters; verification.

По сложности строения Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод относится к IV группе сложности (наиболее сложные), что объясняется наличием высокой неоднородности фильтрационных свойств, многопластовым строением, значительной гидравлической связью с поверхностными водами и водами инфильтрационного генезиса, наличием плановой и вертикальной гидрогеохимической зональности. Гидродинамический и гидрогеохимический режимы водоносных горизонтов характеризуются высокой динамичностью и зависят как от природных, так и техногенных факторов. Кисловодское месторождение изучается уже более 100 лет, однако ответы на все вопросы так и не получены, что во многом объясняется сложностью его строения.

Согласно действующим рекомендациям [11], основным методом подсчёта эксплуатационных за-

пасов для месторождений IV группы сложности является гидравлический. Особых возражений это положение не вызывает. Гидравлика базируется на фактически наблюдаемой динамике и химизме минеральных вод, и если ряды наблюдений достаточно представительны, то более достоверные данные, чем результаты экстраполяций ретроспективы, получить сложно. В то же время гидравлический метод имеет ряд довольно существенных недостатков. Гидравлические методы требуют длительных натурных наблюдений, определяемых отрезками времени более 1 года, не раскрывают физики процесса, соотношение баланса водных потоков и их изменения во времени. Да и методы прогнозирования минерализации оставляют желать лучшего.

На все эти вопросы даёт ответ математическое моделирование. Однако и здесь существуют свои

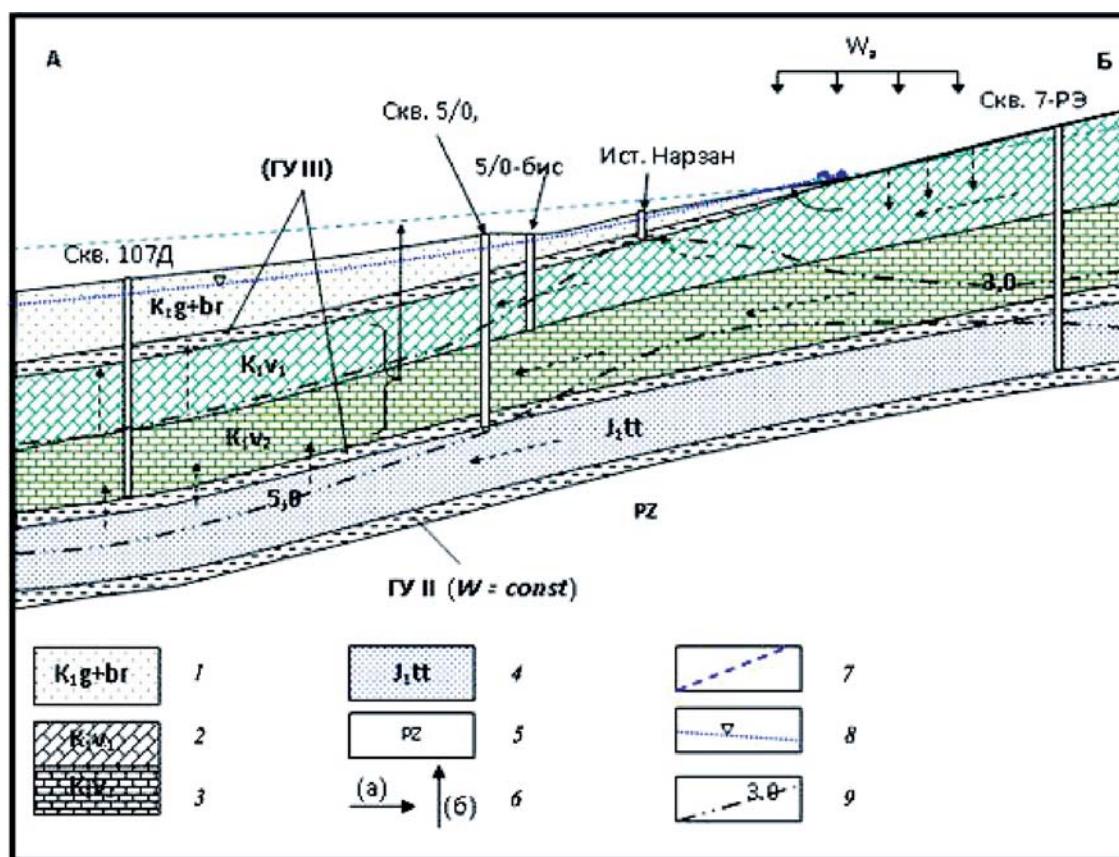


Рис. 1. Геолого-гидрогеологический разрез Кисловодского месторождения минеральных вод: 1 – водоносные отложения готерив-барремского яруса (пески, песчаники); порово-пластовые грунтовые воды; 2 – водоносные отложения валанжинского яруса, верхневаланжинский подгоризонт (трещиноватые известняки); трещинные слабонапорные воды; 3 – водоносные отложения валанжинского яруса, нижневаланжинский подгоризонт (трещиноватые известняки); трещинные слабонапорные воды; 4 – водоносные отложения титонского яруса (пески, песчаники, гранитная дресва); 5 – отложения палеозойского фундамента; кристаллические сланцы, граниты; 6 – направление потоков подземных вод (a) – латерального, (б) – вертикального; 7 – гидроизопьезы зеркала подземных вод валанжинского горизонта; 8 – уровень грунтовых вод готерив-барремского горизонта; 9 – изолинии минерализации, г/дм<sup>3</sup>

проблемы. Построение математической модели объекта — задача довольно сложная, требующая большого объёма достоверной информации и более глубокого и детального изучения геолого-гидрогеологического строения объекта, ёмкостных и фильтрационных свойств, распределение их в пространстве, граничных условий в плане и разрезе, характера гидравлического взаимодействия отдельных водоносных горизонтов или пропластков, миграционных параметров. Получение такой информации связано со значительными материальными вложениями, поскольку требуется постановка и проведение специальных опытно-фильтрационных работ, хорошо поставленный гидрогеологический мониторинг. Режимная сеть должна отвечать повышенным требованиям. Всё это существенным образом ограничивает применение математических методов на месторождениях IV группы сложности, и без сомнения, пока гидравлический метод остается доминирующим.

Однако уровень компьютеризации, созданные пакеты прикладных программ, методов адаптации математических моделей, общие тенденции развития математического моделирования в других естественно-научных дисциплинах однозначно свидетельствуют о высокой эффективности метода. В настоящее время на моделях прогнозируются популяции животных, климатические и метеорологические процессы, экологические системы.

В этом отношении геологические науки не являются исключением. На начальных этапах изучения, особенно в сложных геолого-гидрогеологических условиях, математические модели выполняют вспомогательную роль, однако по мере насыщения информацией их адекватность многократно возрастает, и с переходом на новый качественный уровень, роль моделирования может меняться. В любом случае отказ от моделирования вообще — неверный подход, который не может быть оправдан сложностью объекта или иными причинами.

Основными рабочими горизонтами Кисловодского месторождения минеральных вод, соответствующими водам типа нарзан, являются (сверху вниз) верхневаланжинский водоносный подгоризонт ( $K_1v_1$ ), нижневаланжинский подгоризонт ( $K_1v_2$ ) и титонский горизонт ( $J_3tt$ ), (рис. 1).

### Модели Кисловодского месторождения

Математические модели строятся на принципах сохранения энергии или баланса, чаще всего это так называемые динамические модели, в основе которых лежит описание объекта дифференциальными уравнениями с определяемыми по эмпирическим данным параметрами.

**Гидравлическая модель месторождения.** Гидравлические модели требуют минимального объёма информации, основаны на фактически наблюдаемой реакции объекта на возмущение и экстраполя-

ции этих данных на перспективу. Основная расчётная зависимость, используемая при гидравлических расчётах имеет вид [1, 2]:

$$S_i = S_0 + \sum_{j=1}^n \nabla S_j + S_t,$$

где  $S$  — общее понижение уровня в рассматриваемой скважине, которое складывается из срезок:  $S_0$  — понижение уровня от работы рассматриваемой скважины;  $S_j$  — срезки уровня в рассматриваемой от влияния взаимодействующих скважин;  $S_t$  — срезка уровня, происходящая с течением времени;  $t$  — текущее время;  $n$  — число взаимодействующих скважин. Знак « $\nabla$ » указывает, что исключается срезка от рассматриваемой скважины.

Все входящие в соотношение величины определяются опытным путём по результатам наблюдений за понижениями уровня в различных точках пласта под влиянием эксплуатации. Конечно, гидравлические модели не раскрывают физической сути объекта, не дают возможности выявить водный баланс, однако преимущество их заключается в том, что фактически установленные срезки комплексно учитывают все сложности объекта, а также влияние климатических факторов (неоднородность, граничные условия, инфильтрационное, глубинное питание, испарение и т. д.).

Целесообразно гидравлические модели разделять по срочности. Краткосрочные прогнозы (1–3 года) используются в системах оперативного управления водозаборными сооружениями, состоящими из большого числа взаимодействующих скважин. С помощью таких прогнозов производится расчёт оптимального варианта текущей эксплуатации каждой скважины, рациональный подбор погружного насосного оборудования, планирование ремонтных работ. Таким образом, основная задача краткосрочного прогнозирования — контроль и управление работой скважин конкретного водозабора.

Долгосрочные прогнозы используются при подсчёте эксплуатационных запасов, и имеют периоды упреждения до 25 лет и более. Групповые водозаборы в таких расчётах рассматриваются как «большие колодцы» определенного радиуса.

**Математические модели**, несравненно более трудоёмкие по сравнению с гидравлическими, требуют значительно большего объёма информации и знаний об объекте, однако и преимущества их перед гидравлическими очевидны. Они довольно точно описывают физику процесса, на их основе можно выполнять балансовые расчёты, прогнозировать динамику массопереноса. В общем случае система исходных дифференциальных уравнений, описывающих плоскопространственный процесс фильтрации и массопереноса, при некоторых допущениях может быть представлена следующим образом [4, 5]:

$$n_3 \frac{C}{t} - D_x \frac{^2 C}{x^2} - D_y \frac{^2 C}{y^2} - V_x \frac{C}{x} V_y \frac{C}{y} \frac{V_{zn} (C - C_n)}{m} \frac{V_{zk} (C - C_k)}{m},$$

$$* \frac{H}{t} - km_x \frac{^2 H}{x^2} - km_y \frac{^2 H}{y^2} - b_{k-1}(H_{k-1} - H) - b_{k-1}(H_{k-1} - H),$$
(1)

где \* — водоотдача пласта;  $b_k$ ,  $b_n$  — параметры перетекания относительно водоупорных пластов, залегающих в кровле и подошве;  $H$  — напор в изучаемом водоносном горизонте;  $H_k$ ,  $H_n$  — напоры в смежных водоносных горизонтах: кровле и подошве соответственно;  $km$  — водопроводимость

пласта;  $m$  — мощность водоносного горизонта;  $V_{zn}$ ,  $V_{zk}$  — скорости перетекания воды через кровлю и подошву пласта соответственно;  $n_3$  — эффективная пористость. Эффективная пористость:  $n_3 = n_a + 1/\alpha$ , где  $\alpha$  — коэффициент распределения при сорбции,  $n_a$  — активная пористость. Для инертных в отно-

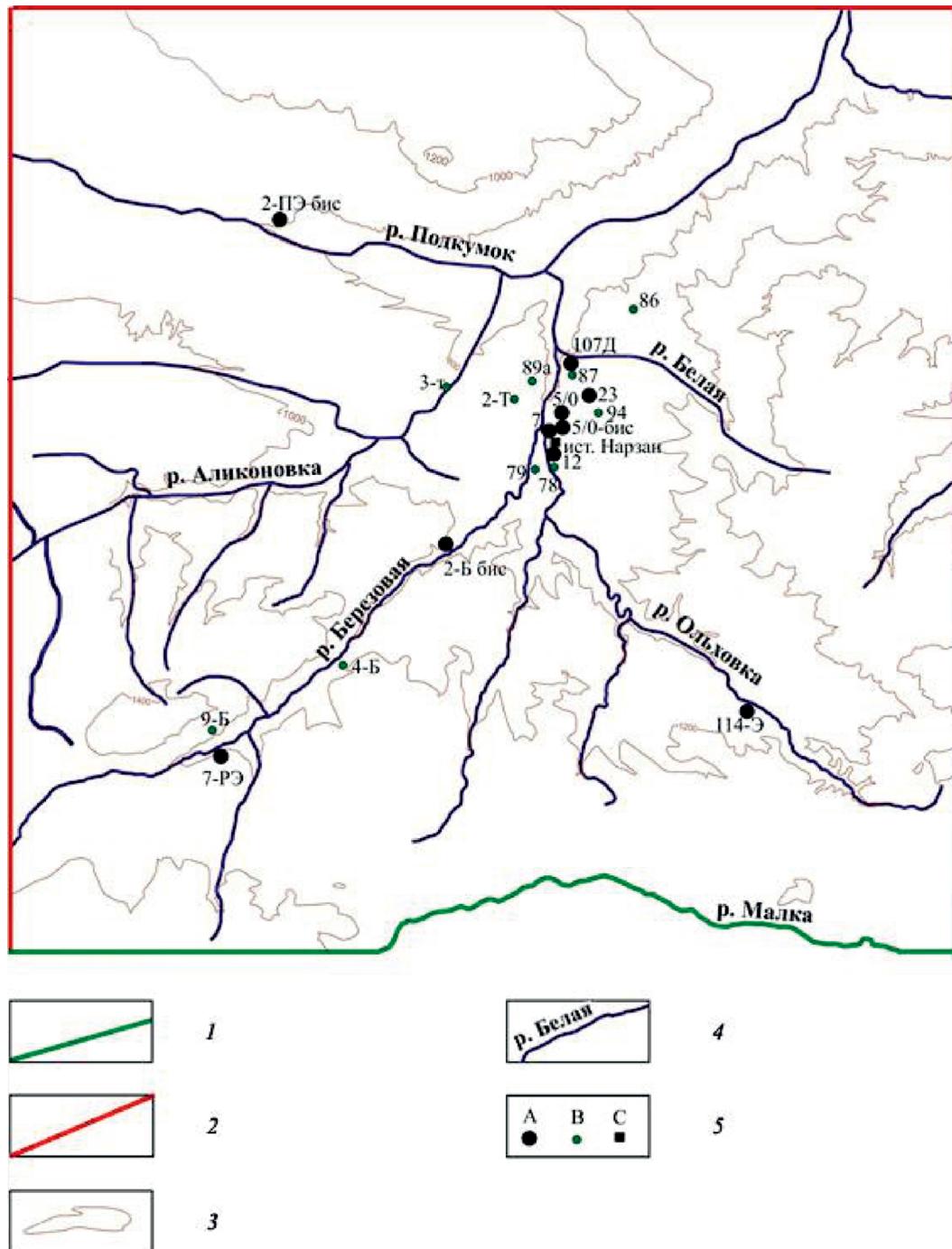


Рис. 2. Схема расположения скважин и граничные условия: 1 — граничные условия I рода; 2 — граничные условия II рода; 3 — горизонтали поверхности земли; 4 — гидрография; 5 — А — эксплуатационные скважины, В — наблюдательные скважины, С — источник «Нарзан»

шении сорбции компонентов  $n_s = n_a$ . Для хорошо сорбируемых —  $n_s > n_a$ , и может значительно превышать 1.

Как следует из (1), для решения задачи массопереноса требуется знание скорости фильтрации и решение её осуществляется в два этапа. На первом этапе решается задача геофiltрации, в результате которой определяются скорости фильтрации и расходы потоков между центрами модельных блоков. На втором — собственно задача массопереноса.

### Верификация математической модели

Исходя из особенностей геолого-гидрогеологического строения, рассматривалась трехслойная плоско-пространственная модель геофильтрации, включающая верхний — напорно-безнапорный верхневаланжинский водоносный подгоризонт, и два напорных: нижневаланжинский подгоризонт и

Средние значения фильтрационных параметров водоносных горизонтов

Горизонт	Водопроводимость ( $Km$ ), $m^2/\text{сут.}$	Водоотдача ( $^*$ )	Параметр перетекания ( $b$ ), $\text{сут}^{-1}$
Верхневаланжинский	65	0,0001	0,0004
Нижневаланжинский	93	0,0001	0,000002
Титонский	7	0,001	

титонский горизонт. Ёмкостные и фильтрационные свойства водоносных горизонтов определялись по результатам опытно-фильтрационных работ [3, 7]. Средние значения параметров горизонтов сведены в таблице.

Границные условия (ГУ) следующие.

Нижняя граница представлена как ГУ II рода с глубинным питанием ( $W_r$ ) на первом этапе ( $W_r = \text{const}$ ) и инфильтрацией  $W_a = f(t)$ . Между водоносными горизонтами (перетекание) граничные условия заданы ГУ III ( $Q = f(H)$ ), где  $Q$  — дебит.



Рис. 3. Сопоставление модельных и фактических понижений уровня по наблюдательным скважинам

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ТЕХНОГЕННЫХ ПРОЦЕССОВ

Плановые границы модели на севере, западе и востоке заданы, как ГУ II рода ( $Q = \text{const}$ ). Южная граница — как ГУ I рода ( $H = \text{const}$ ), рис. 2.

Начальные условия сформулированы следующим образом:

$$t = 0, Q = 0, H = H_{\text{ст}}$$

( $H_{\text{ст}}$  — статический уровень).

Фильтрационная область принимается кусочно-однородной. Возможность такого допущения подтверждается геофизическими исследованиями. Предпосылки Гиринского-Мятиева справедливы, закон Дарси выполняется.

Дискретизация модели по плановым координатам принята в виде равномерной сетки  $x = y = 100$  м. Общее число ячеек 250 250.

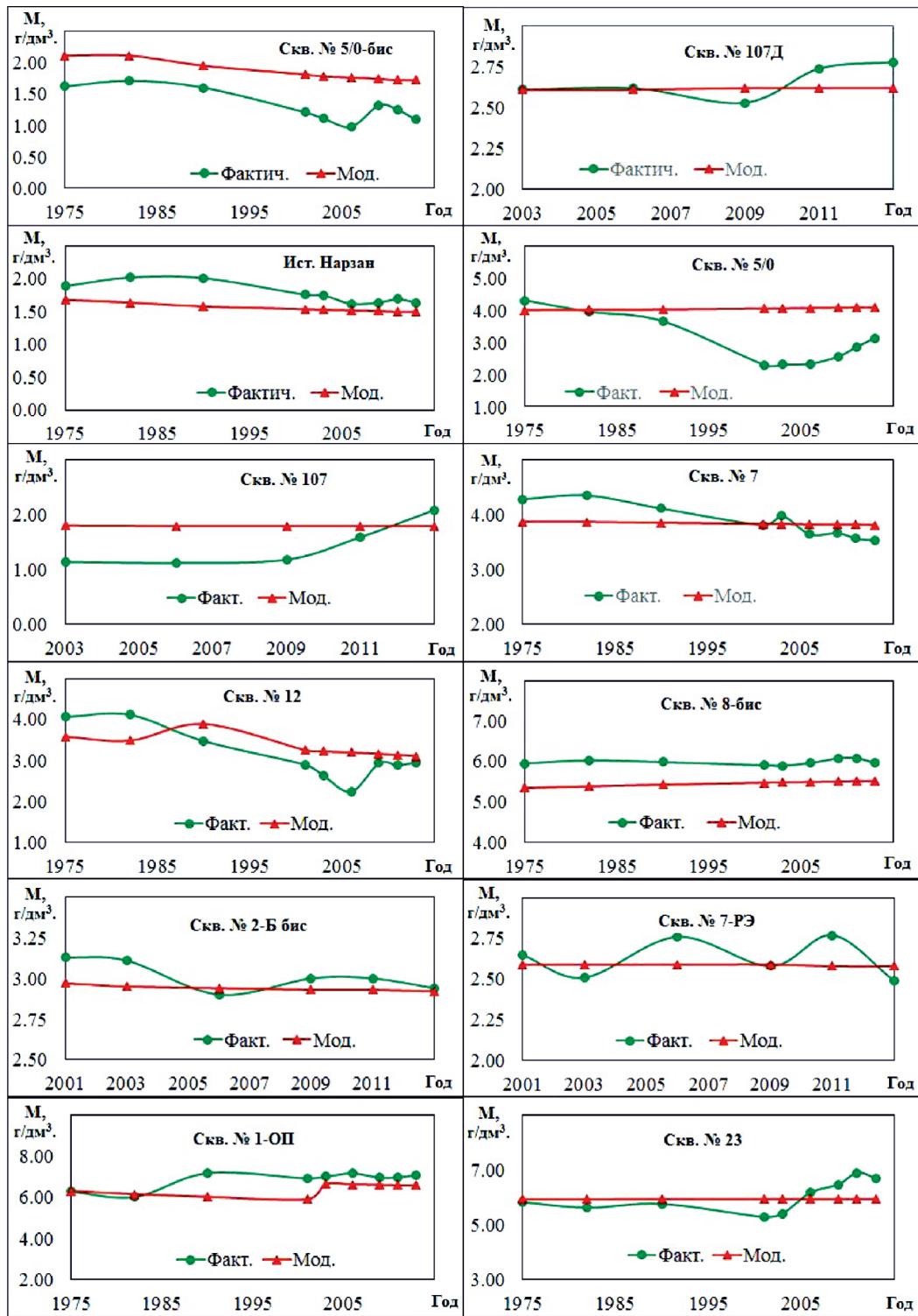


Рис. 4. Результаты сопоставления модельных и фактических значений минерализации в эксплуатационных скважинах

Корректировка параметров модели и проверка точности осуществлялась по данным эпигноза за весь период эксплуатации месторождения (1950—2013 гг.) по фактическим измерениям уровня (наблюдательные скважины) и общей минерализации (эксплуатационные скважины).

При моделировании использовался готовый пакет программ Mod Tech, где численное решение проводилось по неявной схеме (метод сопряжённых градиентов).

Результаты моделирования и сопоставление их с динамическими уровнями (понижениями) в наблюдательных скважинах представлены на рис. 3. Как следует из рис. 3, расхождения между модельными и фактическими понижениями уровня в наблюдательных скважинах не превышают 0,5 м. Достаточно точно дана оценка и динамики изменения дебита источника «Нарзан».

Результаты решения задачи геомиграции по эксплуатационным скважинам изображены на рис. 4. Здесь следует дать некоторые разъяснения. Скважины 5/0 и 5/0-бис, по данным геофизики,

имеют нарушения герметичности в обсадных колоннах, что вполне может сказаться на точности прогнозных оценок. Скважина № 107 была перебурена в 2010 г. Это новая скважина, имеющая несколько иные параметры, чем старая, что также, скорее всего, отразилось на результатах расчёта.

Как следует из расчётов и сопоставления ретроспективных данных, сходимость результатов хорошая, математическая модель достаточно точно описывает процессы геофильтрации и геомиграции.

Ранее авторами была построена модель, описывающая геофильтрацию и геомиграцию загрязнённых грунтовых вод Кисловодского месторождения минеральных вод [6, 10]. Выполненное математическое моделирование позволило определить, что за 20-летний период ореолы распространения поллютантов от АЗС и неканализованных районов увеличиваются более чем в два раза. Причем в южной части города, где грунтовые воды находятся в гидравлической связи с водоносными горизонтами, может произойти их бактериологическое и химическое загрязнение [8—10].

## ЛИТЕРАТУРА

- Бочевер Ф.М., Гармонов И.В., Лебедев А.В. и др. Основы гидрогеологических расчетов. М.: Недра, 1965. 305 с.
- Бочевер Ф.М. Теория и практические методы гидрогеологических расчетов эксплуатационных запасов подземных вод. М.: Недра, 1968. 325 с.
- Кисловодское месторождение углекислых минеральных вод: Системный анализ, диагностика, прогноз, управление/ А.В. Малков, И.М. Першин, И.С. Помеляйко и др. М.: Наука, 2015. 283 с.
- Малков А.В., Першин И.М. Синтез распределенных регуляторов для систем управления гидролитосферными процессами // Электронный научный журнал «Мир лингвистики и коммуникации». 2007. № 2. С. 235–238.
- Малков А.В., Першин И.М. Системы с распределенными параметрами. Анализ и синтез. М.: Научный мир, 2012. 476 с.
- Малков А.В. Помеляйко В.И., Помеляйко И.С. Математическая модель геофильтрации и миграции загрязненных грунтовых вод на курорте Кисловодска// Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2013. № 7. С 190–194.
- Першин И.М., Малков А.В., Дубогрей В.Ф. Методика синтеза распределенных систем управления режимами эксплуатации месторождений минеральных вод // Известия вузов. Геология и разведка. 2012. № 2. С. 76–81.
- Першин И.М., Малков А.В., Цаплева В.В. Технологическая безопасность эксплуатации гидроминеральных источников // Известия ЮФУ. Технические науки. 2012. № 4 (129). С. 25–31.
- Першин И.М., Помеляйко И.С. Системный анализ экологического состояния зоны гипергенеза курорта Кисловодска // Вестник Северо-Кавказского федерального университета. 2013. № 3 (36). С. 74–80.
- Помеляйко И.С. Математическая модель геофильтрации и миграции загрязненных грунтовых вод с целью оценки площадей загрязнения/ Математическая физика и её приложения (МФП-2012). Мат. Международной молодежной научной конференции. Пятигорск, 28–30 июня 2012 г. Пятигорск: Изд-во СКФУ, 2012. Т 3. С. 141–148.
- Приказ МПР РФ от 30 июля 2007 г. № 195 «Об утверждении Классификации запасов и прогнозных ресурсов питьевых, технических и минеральных подземных вод». URL: <http://zakonbase.ru/content/base/109948> — дата обращения 15. 09 2015.